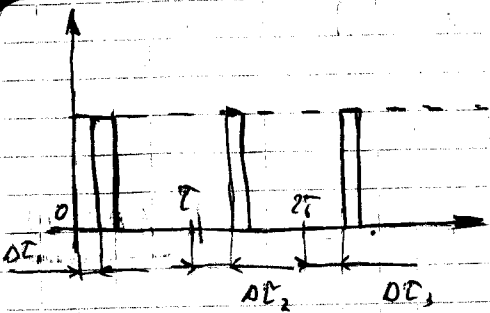
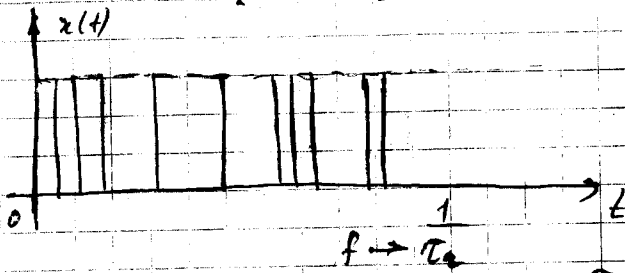


ВЧМ - вариант ЧММ



ЧММ - эквивалентно ВЧМ



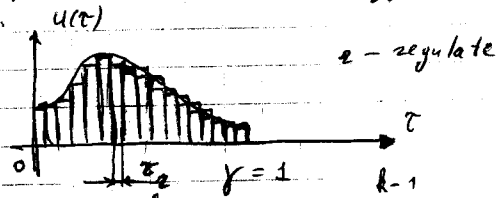
$$\tau_2 = \tau_2(x(t))$$

Кодирование информации - квантование по уровню (цифровые системы)

Для мал. значений частоты сигнала и при условии

выб. в разностях.

$$y(t) = \int_0^t u(\tau) d\tau$$



$$u(\tau) \rightarrow \bar{u}(k\tau_2); \quad y(k\tau_2) = \int_0^{k\tau_2} u(\tau) d\tau = \sum_{i=0}^{k-1} \tau_2 u(i\tau_2)$$

$$y(k\tau_2 + \tau_2) = \int_0^{k\tau_2 + \tau_2} u(\tau) d\tau = \sum_{i=0}^k \tau_2 u(i\tau_2)$$

$$y(k\tau_2 + \tau_2) - y(k\tau_2) = \tau_2 u(k\tau_2) \quad (*)$$

разностное уравнение - 1-го порядка

$$\underline{y(k\tau_2 + \tau_2) = y(k\tau_2) + \tau_2 u(k\tau_2)}$$

н.у.

1) задано уравнение $ny \quad y(0) = 0$

2) формулу (*) применяем последовательно для $k = 0, 1, 2, \dots$

$$y(\tau_2) = \tau_2 u(0) + y(0) = \tau_2 u(0)$$

$$y(2\tau_2) = \tau_2 u(\tau_2) + y(\tau_2);$$

$$y(3\tau_2) = \tau_2 u(2\tau_2) + y(2\tau_2)$$

$$y(i\tau_2) = \tau_2 u[(i-1)\tau_2] + y[(i-1)\tau_2]$$

$$y(n+k) + a_1 y(n+k-1) + \dots + a_n y(k) =$$

$$= b_0 u(n+k) + b_1 u(n+k-1) + \dots + b_n = u(k)$$

уравнение второго вида "вход - выход"

$$\Delta y(k) = y(k+1) - y(k) \text{ - первая разность (прямая)}$$

$$\nabla y(k) = y(k) - y(k-1) \text{ - первая разность (обратная)}$$

$$\Delta^2 y(k) = \Delta y(k+1) - \Delta y(k)$$

$$\Delta^3 y(k) = \Delta^2 y(k+1) - \Delta^2 y(k)$$

$$\frac{dy}{dt} \approx \frac{\Delta y}{\tau_2} = \frac{y(k+1) - y(k)}{\tau_2}$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} \approx \frac{\Delta^2 y(k)}{\tau_2^2} = \frac{\Delta y(k+1) - \Delta y(k)}{\tau_2^2}$$

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y(t) = b_m \frac{d^m u}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 u$$

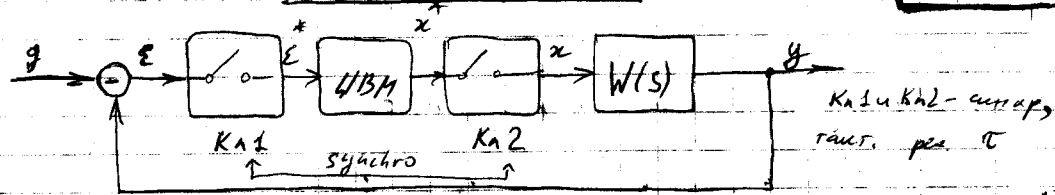
$$y(k) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n) - a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) - \dots - a_n y(k-n)$$

рекурсия гр-мие "хож-хож"

121

Дискретная ЦПА

30.09.99



$$y(k+n) + a_{n-1} y(k+n-1) + \dots + a_1 y(k+1) + a_0 y(k) = 0$$

т.е. y: нач-то [y_k], y(0), y(1), ..., y(n-1)

Ищем решение в в: $y(k) = A z^k$

Подставим в уравнение раз-л, получим в раз-л.

$$y(k+1) = A \cdot z^{k+1} = z \cdot A y(k)$$

$$y(k+2) = A \cdot z^{k+2} = z^2 \cdot A y(k)$$

$$y(k+n) = A \cdot z^{k+n} = z^n \cdot A y(k)$$

$$(z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0) y(k) = 0$$

$$z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0 = 0 - \text{хар. гр-мие}$$

Реша $Z_{11}, Z_{21}, Z_{31}, \dots, Z_{n1}$ - корни х. у.

$$y(k) = A_1 z_1^k + A_2 z_2^k + \dots + A_n z_n^k$$

$$y(0) = A_1 + A_2 + \dots + A_n$$

$$y'(1) = A_1 z_1 + A_2 z_2 + \dots + A_n z_n$$

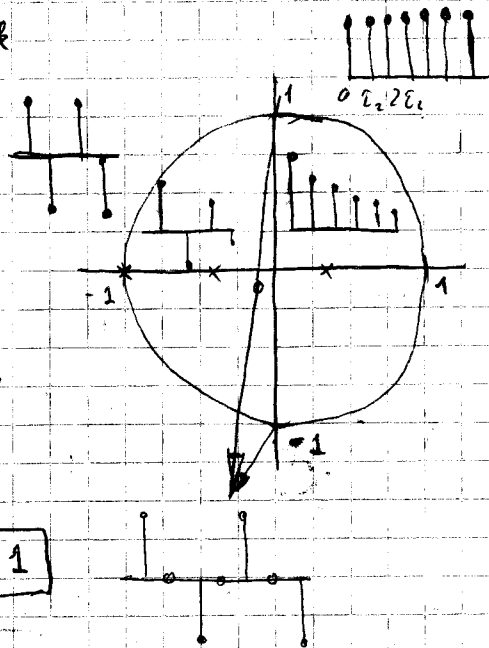
$$y(2) = A_1 z_1^2 + A_2 z_2^2 + \dots + A_n z_n^2$$

$$y(n+1) = A_1 z_1^{n+1} + A_2 z_2^{n+1} + \dots + A_n z_n^{n+1}$$

$$\downarrow A_1, A_2, \dots, A_n$$

Тогда все корни удовлетворяют

$$|z_k| < 1$$



z - переменная $x(t) = 0$, при $t < 0$

$x^*(kT) = 0$, при $kT < 0$

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = X(s) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-st} dt \quad \text{где НФ } x(t)$$

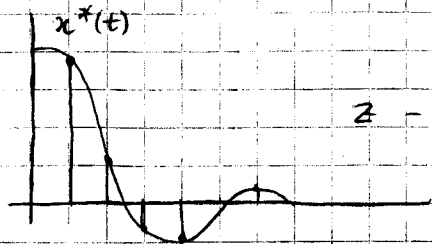
по определению (1) (0)

$$\mathcal{Z}\{x^*(t)\} = X(z) = x(0)z^0 + x(1)z^{-1} + x(2)z^{-2} + \dots + x(k)z^{-k}$$

это z - переменная $x^*(t) = x^*(kT)$

$$\mathcal{Z}\{x(t)\} \equiv \mathcal{Z}\{x^*(kT)\}$$

z - некая функция



Пусть $x^*(t) \rightarrow x(t) \equiv \frac{B(s)}{A(s)}$

пробно - рациональная ф-ция

$Z\{x(t)\}$ - суммируемый ряд; $x(t)$ - оуп. на $0 \leq t < \infty$

$$x^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} x(k) \cdot \delta(t - k \cdot T_2)$$

$$X^*(s) = \mathcal{L}\{x^*(t)\} = \sum_{k=0}^{\infty} x(k) \cdot \mathcal{L}\{\delta(t - kT_2)\} = \sum_{k=0}^{\infty} x(k) e^{-sT_2 \cdot k}$$

- геометрическое преобразование

$$Z\{x^*(t)\} = \sum_{k=0}^{\infty} x(k) z^{-k} \rightarrow \boxed{z^{-k} = e^{-sT_2 \cdot k}}$$

Аналитическим продолжением олд-ту оуп-д

ф-ция $X(z)$ распространяют на всю комплексную

пл-ть z .

Пример $[e^{at}]$; $Z[e^{at}] = 1 + e^{aT_2} z^{-1} + e^{2aT_2} z^{-2} + \dots + e^{kaT_2} z^{-k}$

z - независимые переменные

$q = e^{aT_2} z^{-1}$ - знаменатель Геом. Прог.

$$Z[e^{at}] = \frac{1}{1-q} = \frac{1}{1 - e^{aT_2} z^{-1}} = \frac{z}{z - e^{aT_2}}$$

$$Z[1] = \frac{z}{z-1}$$

Нужно а - комплексная константа,

Тога

$$Z[e^{(-d+j\omega)t}] = Z[e^{-dt} \cos \omega t] + j Z[e^{-dt} \sin \omega t]$$

$$a = -d + j\beta$$

$$\delta(k) = \begin{cases} 1 & \text{при } k=0 \\ 0 & \text{при } k \neq 0 \end{cases} \quad Z[\delta(k)] = 1$$

Р-уаг

Вариант $f(t)$

$F(s)$

z-уаг/вариант $F(z)$

$\delta(k)$		1
1	$1/s$	$\frac{z}{z-1}$
t	$1/s^2$	$\frac{z^2 z}{(z-1)^2}$
t^2	$\frac{2!}{s^3}$	$\frac{t^2 \cdot z(z+1)}{(z-1)^2}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$	$\frac{z}{z - e^{-aT}}$
$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$\frac{z e^{-aT} \sin \omega T z}{z^2 - 2z e^{-aT} \cos \omega T z + e^{-2aT}}$
$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$	

Об-60 z - преобразование

Линейность

$$z \{ a [v(k)] + b [w(k)] \} = a v(z) + b w(z)$$

Удвоение

$v(0), v(1), \dots, v(k) \rightarrow$ удвоение берётся на m тактов

$$v(m), v(1+m), \dots, v(k+m)$$

$$V(z) = \sum_{k=0}^{\infty} v(k) z^{-k}$$

$$z [v(-k+m)] = z^m V(z) = z^m v(0) - z^{m-1} v(1) \dots - z^m v(m+1)$$

131

04.10.99

a) $v(0); v(1); \dots; v(k); \dots$

b) $v(m); v(m+1); v(m+2); \dots; v(m+k)$

a) $V(z) = \sum_{k=0}^{\infty} v(k) z^{-k}$

b) $z [v(m+k)] = z^m V(z) =$
 $= z^m v(0) - z^{m-1} v(1) - z^{m-2} v(2) - \dots - z v(m-1)$

Далее спрашивается

$$L [v^{(n)}(t)] = s^n V(s) - s^{n-1} v(0) - s^{n-2} \dot{v}(0) - s^{n-3} \ddot{v}(0) - \dots - v^{(n-1)}(0)$$

3. Связь между mT

$$\underbrace{v_0, v_1, \dots, v_{k-1}}_m, v(k), v(1), \dots, v(k-m), \dots$$

$$Z\{v(k-n)\} = Z^{-n} V(z)$$

4. Th. о начальных значениях.

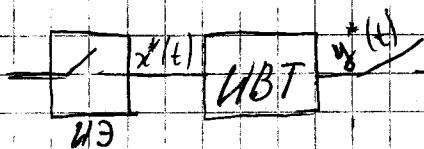
$$v(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} V(z)$$

5. Th. о конечных значениях.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} v(k) = \lim_{z \rightarrow 1} (1-z^{-1}) V(z) = \lim_{z \rightarrow 1} (z+1) V(z) \equiv v(\infty)$$

или все корни $(z-1)V(z)$ равны + или внутри
 круга един. радиуса.

Дискретная ИФ



$$a_n y(k+n) + a_{n-1} y(k+n-1) + \dots + a_0 y(k) = b_m x(k+m) + b_{m-1} x(k+m-1) + \dots + b_0 x(k)$$

$m < n$

$$(a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_0) Y(z) = (b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_0) X(z)$$

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_0}{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_0}$$

П.р. дискретной системы

$$[x_k] = \delta(k) = \begin{cases} 1 & \text{при } k=0 \\ 0 & \text{при } k \neq 0 \end{cases}$$

$$X(z) = Z[\delta(k)] = 1, \quad Y(z) = W(z) \cdot 1$$

$W(z) = [k_k]$ - гипергеометрическая УНФ

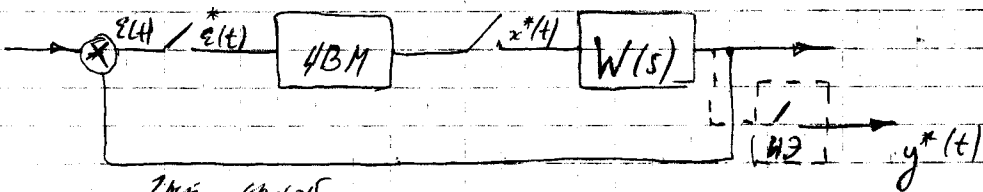
$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_m z^{m-n} + b_{m-1} z^{m-n-1} + \dots + b_0 z^{-n}}{a_n z^0 + a_{n-1} z^{-1} + \dots + a_0 z^{-n}}$$

$$\downarrow (a_n + a_{n-1} z^{-1} + \dots + a_0 z^{-n}) \cdot Y(z) = (b_m z^{m-n} + b_{m-1} z^{m-n-1} + \dots + b_0 z^{-n}) \cdot X(z)$$

$$a_n y(k) + a_{n-1} y(k-1) + \dots + a_0 y(k-n) = b_m x(k+m-n) + b_{m-1} x(k+m-n-1) + \dots + b_0 x(k-n)$$

Условие $m \leq n$ - для возможности решения на ЧБМ.

Дискретная математическая модель гипер-пер. с-мы



$$W(z) \xleftrightarrow{\text{быстр. переход}} W(s)$$

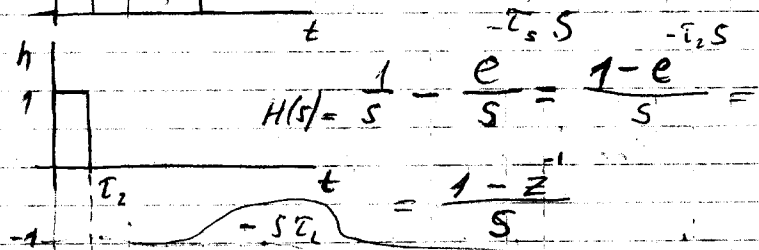
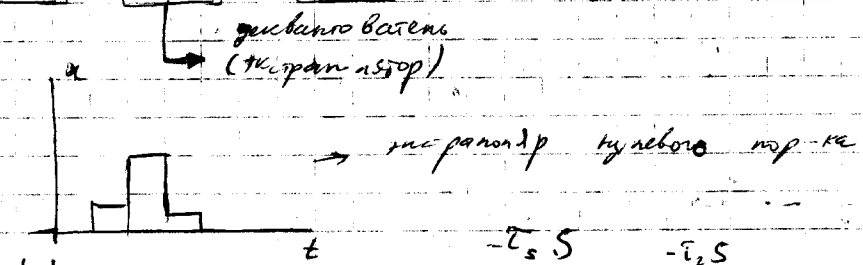
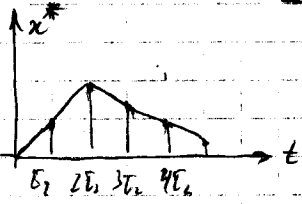
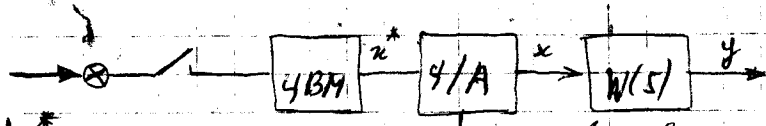
$$\begin{array}{ccc} \uparrow & & \downarrow \\ k(kT_2) & \longleftrightarrow & k(t) \end{array}$$

$$W(s) = \sum \text{элементы з-пп}$$

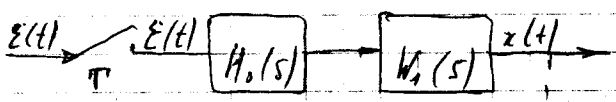
rad. м.г. з-пп

Пример: Пусть $W(s) = \frac{K}{T_1 s + 1}$, тогда

$$W(z) = \text{Res} \left\{ \frac{z \cdot W(s)}{z - e^{Ts}} \right\} = \frac{z}{z - e^{Ts}} \cdot \frac{K/T_1}{s + 1/T_1} \Big|_{s = -1/T_1} = \frac{K}{T_1} \cdot \frac{z}{z - e^{-1/T_1}}$$



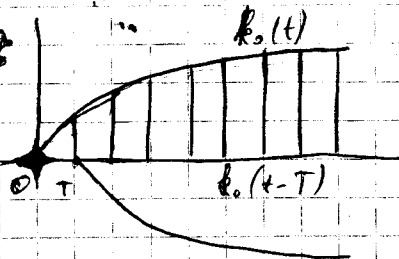
$$H_0(s) = \mathcal{L}\{r(t)\} = \frac{1 - e^{-T_1 s}}{s}$$



$$\frac{1 - e^{-Ts}}{s} \cdot W_1(s) = \underbrace{\frac{W_1(s)}{s}}_{R(z)} - e^{-Ts} \frac{W_1(s)}{s}$$

или $R(z) = \left[\frac{W_1(s)}{s} - e^{-Ts} \frac{W_1(s)}{s} \right]$

$$Z[R(t)] = Z[R_0(t)] - z^{-1} Z[R_0(t)] = (1 - z^{-1}) Z[R_0(t)]$$

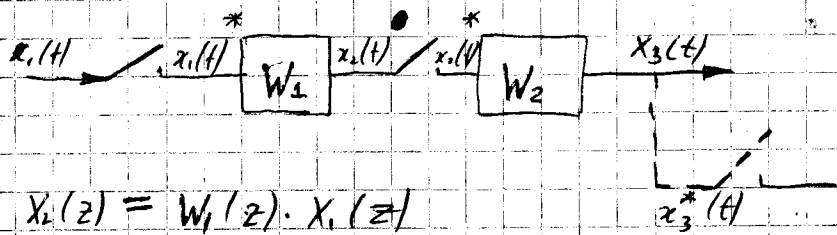


$$W(z) = \frac{X(z)}{E(z)} = Z \{ r(t) \} = (1-z^{-1}) Z \left\{ r_0(t) \right\} = (1-z^{-1}) Z \left\{ \frac{W_1(s)}{s} \right\}$$

$$W(z) = \frac{z-1}{z} \sum \text{Res} \left\{ \frac{z}{z-e^{-Ts}} \cdot \frac{W_1(s)}{s} \right\}$$

$$W_H(z); \quad W(z) = \frac{z-1}{z} \cdot W_H(z)$$

дискретная ПР сопряженных звеньев.

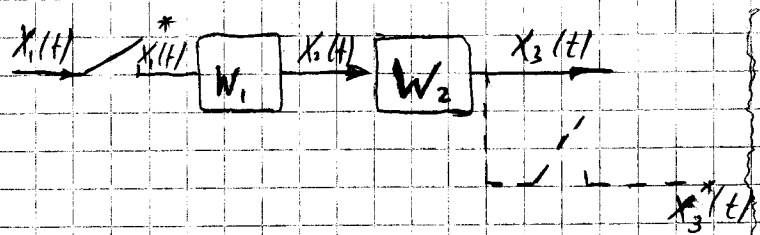


$$X_2(z) = W_1(z) \cdot X_1(z)$$

$$X_3(z) = W_2(z) \cdot X_2(z)$$

$$\frac{X_3(z)}{X_1(z)} = W_1(z) \cdot W_2(z) = W(z)$$

Полное соответствие всег без взаимовлияния между звеньями



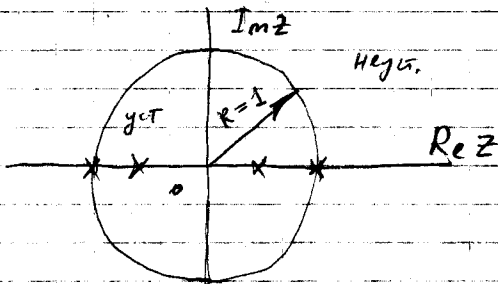
$$\frac{X_3(z)}{X_1(z)} = (W_1 \cdot W_2)(z) = W(z)$$

$$W_1(s) \cdot W_2(s) \doteq r(t) \doteq W(z)$$

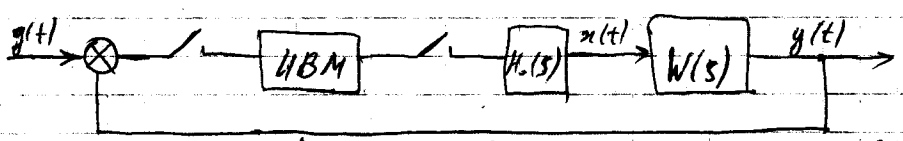
Видеоро в описании геометрии. Вектор. единичного - 207.

$$y(k) = Az^k$$

$$z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \dots + a_0 = 0 - \text{характеристическое уравнение}$$



14) Переходные процессы в дискр. С.м. 07.10.99



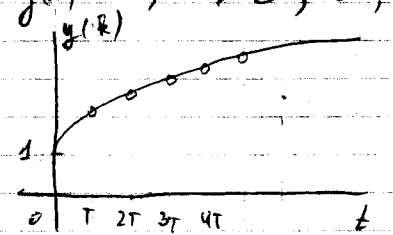
$$y[k] = \sum_{k_0}^{\infty} y(k) \cdot z^{-k} = Z[y(k)] = Y(z) = \frac{b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_0}{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_0}$$

По известным переходным процессам

1) Пусть начальные $Y(z) = y(0) + y(1)z^{-1} + y(2)z^{-2} + \dots$

2) Пусть $Y(z) = \frac{z}{z - e^{-T}} = 1 + e^{-T}z^{-1} + e^{-2T}z^{-2} + e^{-3T}z^{-3} + \dots$

$$[y(k)] = 1, e^{-T}, e^{-2T}, e^{-3T}, \dots, e^{-kT}$$



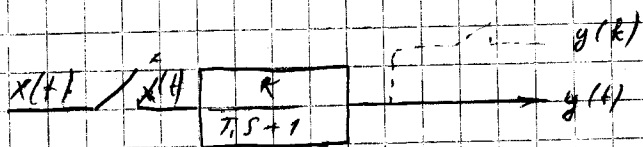
2) Аналит. д) с парсе з - не подпадаете

$$y(k) = \frac{1}{2\pi j} \oint Y(z) z^{k-1} dz$$

$$y(k) = \sum_{\text{Res } Y(z) z^{k-1}}$$

5) Система апериодична, квант. объект к непрерывному.

Пп



$$X(z) = Z[x^*(k)] = \frac{z}{z-1}$$

$$W(z) = Z\left[\frac{K}{Ts+1}\right] = \frac{K \cdot z}{T_s \cdot (z - e^{-T_s/T_s})}$$

$$Y(z) = W(z) \cdot X(z) = \frac{K \cdot a \cdot z}{(z-1)(z - e^{-aT})} \quad a = 1/T_s$$

$$Y(z) = \frac{K a}{1 - e^{-aT}} \left[\frac{z}{z-1} - \frac{e^{-aT} \cdot z}{z - e^{-aT}} \right]$$

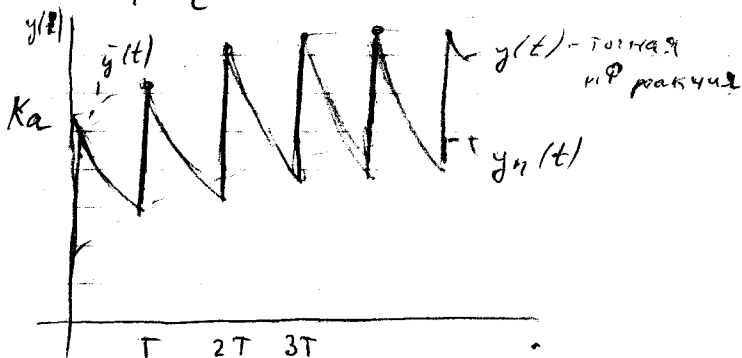
$$\bar{y}(t) = \frac{K a}{1 - e^{-aT}} \left[1 - e^{-at} \cdot e^{-at} \right]$$

$$y(k) = \frac{K a}{1 - e^{-aT}} \left[1 - e^{-aT} \cdot e^{-aT} \right] \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$y(k) = \sum \text{Res} \left\{ \frac{ka z^2}{(z-1)(z-e^{-aT})} \cdot z^{k-1} \right\}_{z=1, z=e^{-aT}}$$

$$= ka \left\{ \left. \frac{z^{k+1}}{z-e^{-aT}} \right|_{z=1} + \left. \frac{z^{k+1}}{z-1} \right|_{z=e^{-aT}} \right\} =$$

$$= \frac{ka}{1-e^{-aT}} [1 - e^{-aT} e^{-a k T}] = y(k)$$



Степень свободы
системы

Динамическое состояние
объекта

$$\bar{X}[(k+1)T_s] = A_d(kT_s) \cdot \bar{X}(kT_s) + B_d(kT_s) \cdot \bar{U}(kT_s)$$

$$\bar{Y}(kT_s) = C_d(kT_s) \cdot \bar{X}(kT_s)$$

A_d - матрица объекта ($n \times n$)

B_d - матрица управления ($n \times m$)

C_d - " - матрица выходов ($p \times n$)

\bar{X} - вектор состояния; \bar{U} - вв управление

\bar{Y} - " - измерения

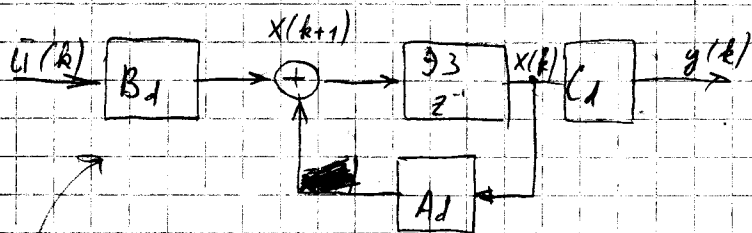
$$\text{НЧ } X(0) = \bar{X}_0$$

Если A_d, B_d, C_d — н.ч. от времени, то с-ма
стационарна

$$\begin{cases} X(k+1) = A_d \cdot X(k) + B_d \cdot U(k) \\ Y(k) = C_d \cdot X(k); \quad X(0) = \bar{X}_0 \end{cases}$$

Мат. модель с-м. дискретной САР

Э-т — ин-т дискретизации



Связанный эквивалент дискретной системы в н.ч. состояния

$$\bar{X}(1) = A_d \bar{X}(0) + B_d U(0)$$

$$\bar{X}(2) = A_d \bar{X}(1) + B_d U(1)$$

$$\bar{X}(n) = A_d^n \bar{X}(0) + \sum_{i=0}^{n-1} A_d^{n-i-1} B_d U(i)$$

$$U(k) = \delta_0(k) = \begin{cases} 1, & k=0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases}$$

$$\bar{X}(1) = B_d; \quad Y(0) = 0$$

$$\bar{X}(2) = A_d B_d; \quad Y(1) = C_d B_d$$

$$\bar{X}(3) = A_d^2 B_d; \quad Y(2) = C_d A_d B_d$$

$$\bar{X}(k) = A_d^{k-1} B_d; \quad Y(k-1) = C_d A_d^{k-2} B_d$$

$$g(k) = k(k) = \begin{cases} 0, & k \leq 0 \\ k-1, & k > 0 \end{cases}$$

- by geometrical interpretation here the NRP is shown

$$\begin{cases} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{cases} = \begin{bmatrix} -0.3 & 0.4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k)$$

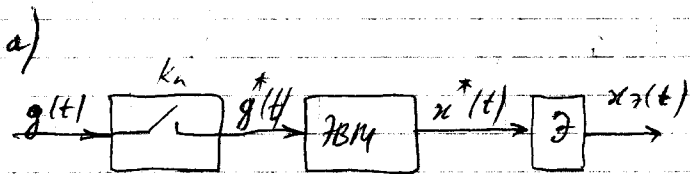
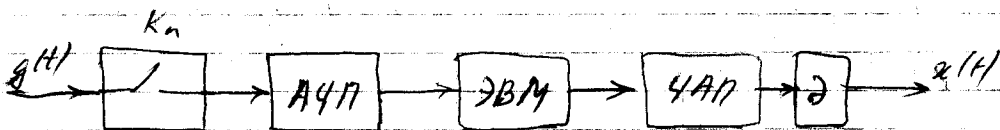
$$y(k) = [1 \quad -1] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

$$\bar{R}(k) = [1 \quad -1] \begin{bmatrix} -0.3 & 0.4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{k-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad k \geq 1$$

we require such steps

$$k(k) = 0.692(0.8)^{k-1} - 0.308(0.5)^{k-1}$$

0.8 and 0.5 - values of eigenvalues of A



b)

Parameters:

1) we require $T_s = \text{const}$

2) we need a signal form and 2 BM

3) ФВМ конструируется в мин. операцией.

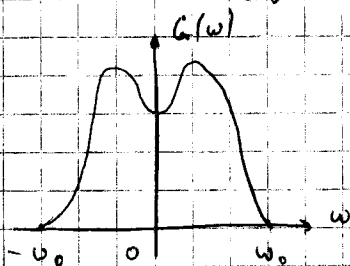
4) ФВМ работает в реальном времени

5) ФВМ может использоваться и для анализа и для синтеза; но не future! Рисунок о ФВМ

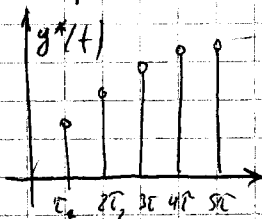
15

14.10.99

$$G(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) \cdot e^{-j\omega t} \cdot dt$$



ω_0 - параметр частоты центра спектра $g(t)$



$$g^*(t) = \sum g(t) \cdot \delta(t - kT_0)$$

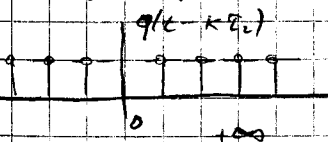
$$\delta(t - kT_0) = \begin{cases} 1, & t = kT_0 \\ 0, & t \neq kT_0 \end{cases}$$

$$g(t) = \begin{cases} g(t), & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

$$g^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} g(t) \cdot \delta(t - kT_0) = g(t) \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - kT_0) =$$

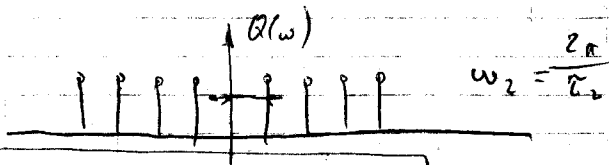
$$= g(t) q(t - kT_0);$$

$$q(t - kT_0) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - kT_0)$$



$$Q(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} q(t - kT_0) e^{-j\omega t} \cdot dt = \int_{-\infty}^{+\infty} q(t - kT_0) e^{-j\omega(t - kT_0)} \cdot dt =$$

$$\sum_{k=0}^{+\infty} e^{-j\omega k T_2} = 1 + e^{j\omega T_2} + e^{-j\omega T_2} + e^{2j\omega T_2} + e^{-2j\omega T_2} + \dots$$



$$G^*(j\omega) = \frac{1}{T_2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} G(j\omega + jk\omega_2) ; \quad \omega_2 = \frac{2\pi}{T_2}$$

$$G(s) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} Q(s-\lambda) \cdot G(s) \cdot d\lambda$$

$$Q(s) = \int_0^{\infty} g(t) \cdot e^{-st} dt ;$$

$$G(s) = \int_0^{\infty} g(t) e^{-st} dt$$

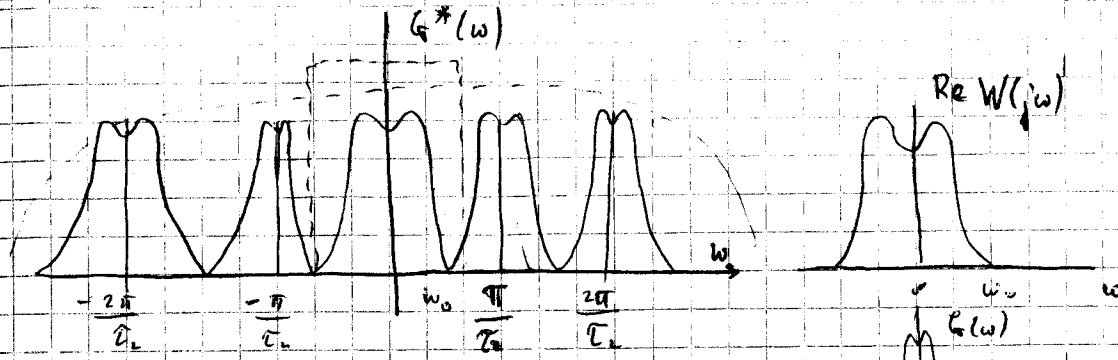
$$Z[g(t)] = \sum_{k=0}^{\infty} g(kT_2) z^{-k}$$

$$z = e^{sT_2} ; \quad s = j\omega$$

$$z = e^{j\omega T_2} = \cos(\omega T_2) + j \sin(\omega T_2) =$$

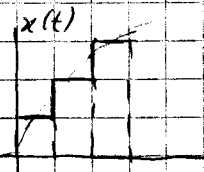
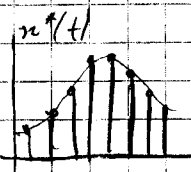
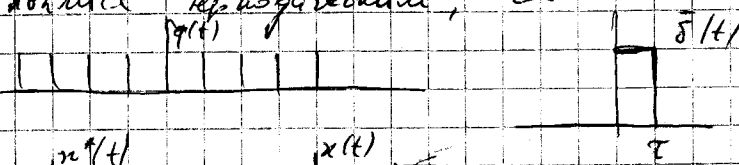
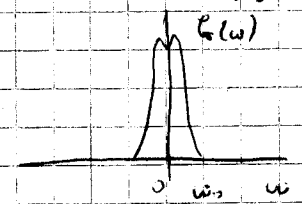
$$= \cos(\omega T_2 + 2k\pi) + j \sin(\omega T_2 + 2k\pi) =$$

$$= e^{j(\omega + \frac{2k\pi}{T_2}) \cdot T_2} ; \quad z = e^{j(\omega + 2k \frac{\pi}{T_2}) \cdot T_2}$$



Спектр гармонического сигнала $g^*(t)$

связан с его огибающей, ∞



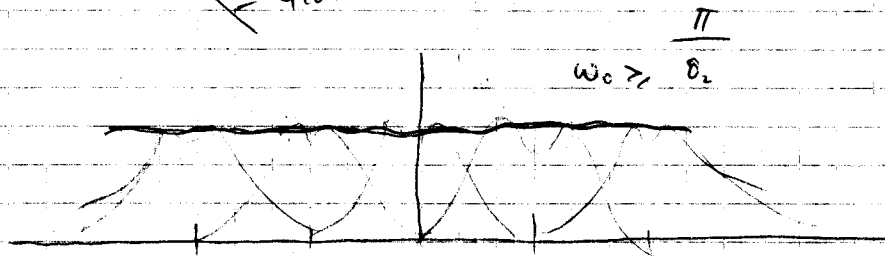
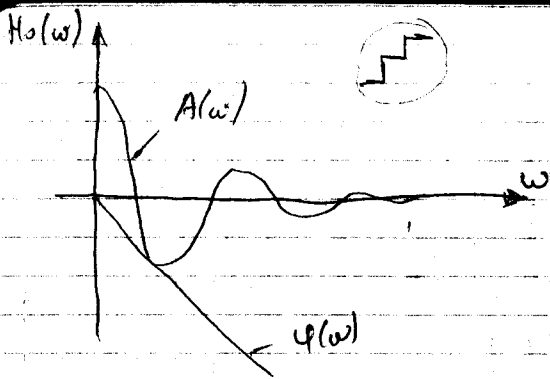
$$H_0(s) = \frac{1 - e^{-j\omega\tau}}{j\omega} \left[\tau_0 \frac{\frac{\omega\tau_0}{2}}{\frac{\omega\tau_0}{2}} e^{-j\frac{\omega\tau_0}{2}} \right] = H(\omega)$$

$$s = j\omega$$

$$H(j\omega) = \frac{1 - (\cos \omega\tau_0 + j \sin \omega\tau_0)}{2j\omega\tau_0}$$

$$= \frac{2 \sin \omega\tau_0 + j 2 \sin \frac{\omega\tau_0}{2} \cos \frac{\omega\tau_0}{2}}{2j \frac{\omega}{2} \tau_0}$$

$$A(\omega) = \tau_0 \frac{\frac{\omega\tau_0}{2}}{2} ; \quad \varphi(\omega) = -\frac{\omega\tau_0}{2}$$



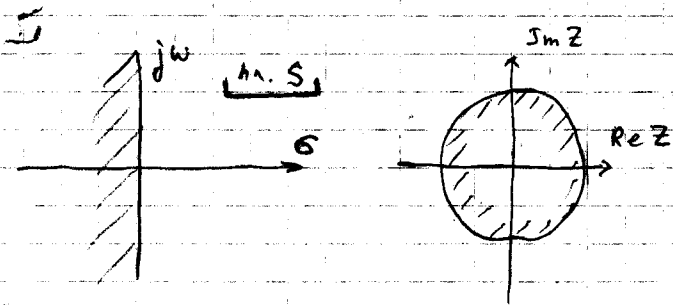
Th Котельникова

$$\omega_0 < \frac{\pi}{2}$$

Если интервал частот ограничен $\omega \in [-\omega_0, \omega_0]$, то св-ва г. с-мы у нас \neq

$\omega_2 \geq 2\omega_0 \equiv$ св-ва экв. Меня с-мы

то можно без искажений восстановить сигнал

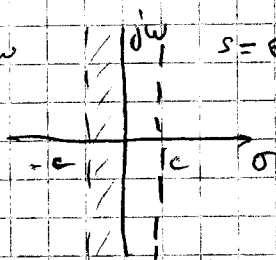


Примеры генерации АЧХ системы с помощью ЗБМ

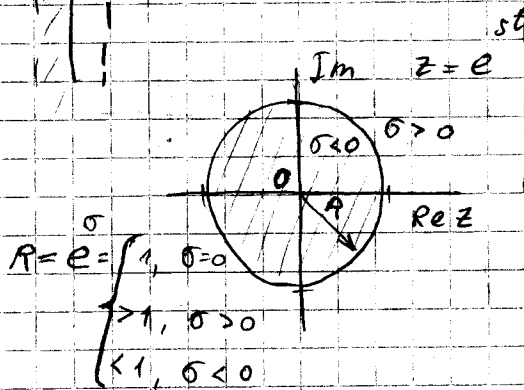
Синусоидальная частота

$$Z = e^{sT} = e^{\sigma T} \cdot e^{j\omega T} = e^{\sigma T} \cdot e^{j\omega T}$$

$$s = \sigma + j\omega$$

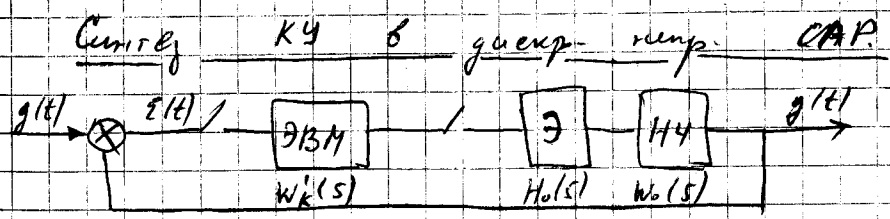


$$e^{\sigma} = \begin{cases} e^{\sigma} & \sigma > 0 \\ -|e^{\sigma}| & \sigma < 0 \end{cases}$$



$\sigma \rightarrow \infty$
 $\omega \rightarrow 0$

$$Z = e^{j\omega T} = e^{j2\pi f T} = e^{j2\pi \frac{f}{f_s} T} = e^{j2\pi \frac{f}{f_s} T}$$



Комплексная экспонента

$$W = \frac{z-1}{z+1} = \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} = \frac{1-e^{-sT}}{1+e^{-sT}} \Big|_{s=j\omega} = \frac{1+(\cos \omega T - j \sin \omega T)}{1+(\cos \omega T + j \sin \omega T)}$$

$$= \frac{1 - \cos \omega T + j \sin \omega T}{1 + \cos \omega T + j \sin \omega T}$$

$$\omega = \frac{2 \sin \frac{\omega T}{2} + j 2 \sin \frac{\omega T}{2} \cos \frac{\omega T}{2}}{2 \cos \frac{\omega T}{2} + j 2 \sin \frac{\omega T}{2} \cos \frac{\omega T}{2}} = j \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2} \approx j \frac{\omega T}{2} \quad (\rightarrow 0)$$

$$s = j\omega; \quad \omega = j\nu = j \frac{\omega T}{2}; \quad \text{где } \nu = \frac{\omega T}{2};$$

где ν - нормальная частота

$$W_K(s) = \frac{A_0 + A_1 s + A_2 s^2 + \dots}{1 + B_1 s + B_2 s^2 + \dots} \quad \text{НПФ КР-система и НПФ САП}$$

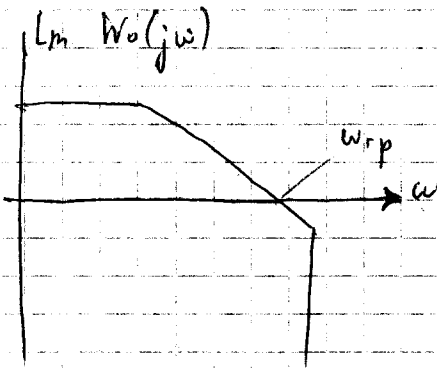
$$W_K'(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_k z^{-k}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n}}; \quad s = j\omega$$

$$s = \frac{1}{T} \ln z$$

$$\omega = \frac{z-1}{z+1} \rightarrow \omega = \frac{z}{T}$$

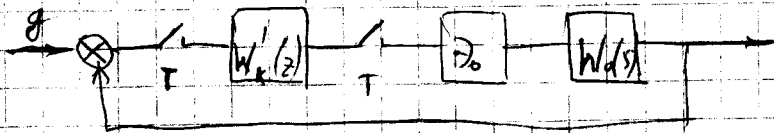
$$W_K(j\omega) = \frac{A_0 + A_1(j\omega) + A_2(j\omega)^2 + \dots}{1 + B_1(j\omega) + B_2(j\omega)^2 + \dots}$$

$$W_K(j\omega) \rightarrow W_K'\left(\frac{z}{T}\right) = W_K'\left(\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{E(z)}{E_0(z)} \rightarrow \text{рациональное звено}$$

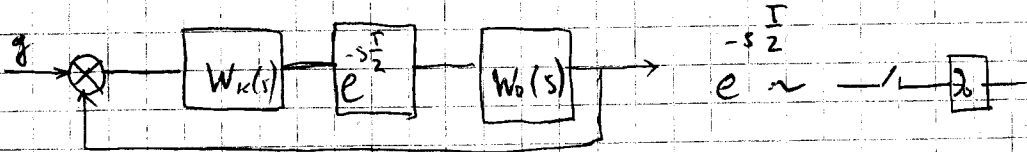


$$\frac{\omega_{рп} T}{2} \leq 0,3$$

$$T \leq \frac{0,6}{\omega_{рп}} \rightarrow 0$$



$$H_0 = \frac{1 - e^{-sT}}{s} \approx e^{-s \frac{T}{2}} \quad (T \rightarrow 0)$$



$$T < T_{min} - W_0(s)$$

В результате, возникающие при переходе от дискр. к непрерыв.

— сигнал расср. образ-ся с помощью го
анализа разраба ЗВМ

$$\approx j \frac{\omega T}{2} \quad (\pm j \frac{\omega T}{2})$$

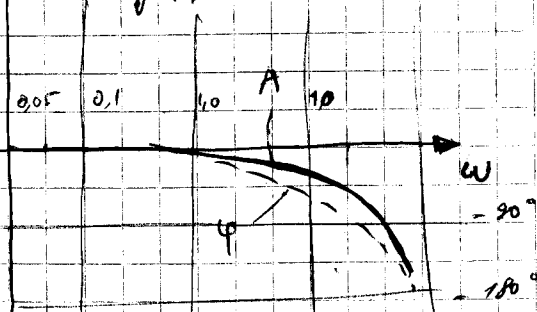
— ~~сигнал расср.~~ защита от пер. сигнала

рекурсивный алгоритм дискр. сигнала

$$W^*(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{-\infty}^{+\infty} W(j\omega + 2k\pi j)$$

— Полюсность ПАС — экстремум

$$\Delta \text{Im } H_0(j\omega), \text{ ДС}$$



Порядок построения групп. КУ.

1) Строится эквивалент (АФЧХ) объекта регулирования

2) Выбирается коррекция для регулятора

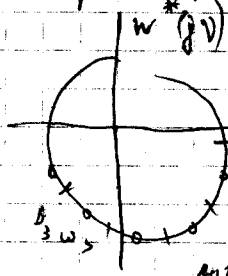
$$W_0(j\omega) \cdot \frac{1}{T} W_3(j\omega) = \frac{1}{T} W_H(j\omega)$$

3) Выписывается ЧХ аналоговой части групп. с-ми (с учетом притока энергии)

$$W_H^*(j\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{T} W_H \left[j \left(\omega + n \frac{2\pi}{T} \right) \right] \right\} n=0;$$

4) Строится эквивалент $W_K^*(j\nu)$, где $0 \leq \nu < \infty$

$$\nu = \text{tg} \frac{\omega T}{2} - \text{трансформация}$$



5) Выражается $W^*(j\omega) = W_H^*(j\omega) \cdot W_K^*(j\omega)$

в виде комплексных векторов

6) Строится АФЧХ разрывной аналоговой с-ми и

фазлируется с АФЧХ аналоговой групп. Выписываются

ус-ги по амплитуде и фазе

7) Если АФЧХ не совпадают, то $\downarrow T$.

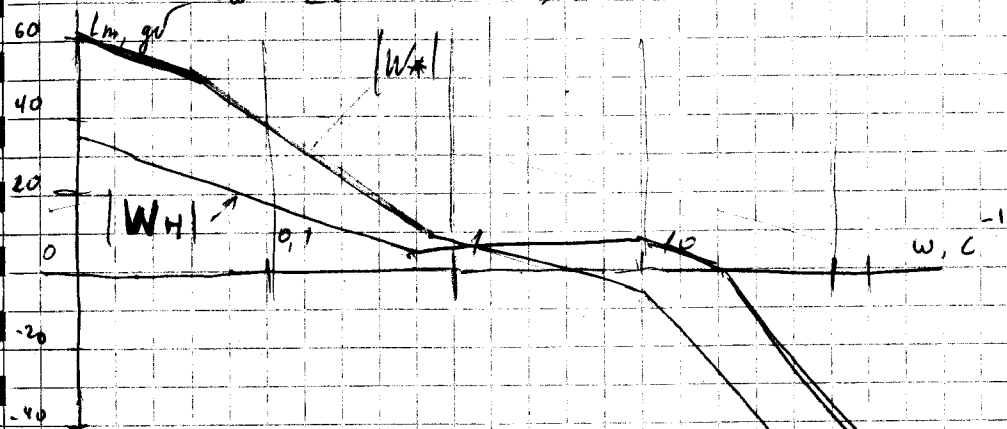


Пример $W_0(s) = \frac{k_1 (T_1 s + 1)}{s (T_1 s + 1) (T_2 s + 1)} =$

$\overset{\circ}{\varphi}, \overset{\circ\circ}{\varphi}$ - фазы

$$= \frac{0,606 (2,25 s + 1)}{s (0,318 \cdot s + 1) (0,284 s + 1)}$$

$$\varepsilon(t) = D_w + D_\varepsilon = 1 + 2,4 = 3,4$$



$$W_K(s) = \frac{2,29 (0,284 s + 1)}{22,4 + 1}$$

$$\omega_{fp} = 55 \text{ c}^{-1}$$

$$T = 0,1 \text{ c}$$

Пример

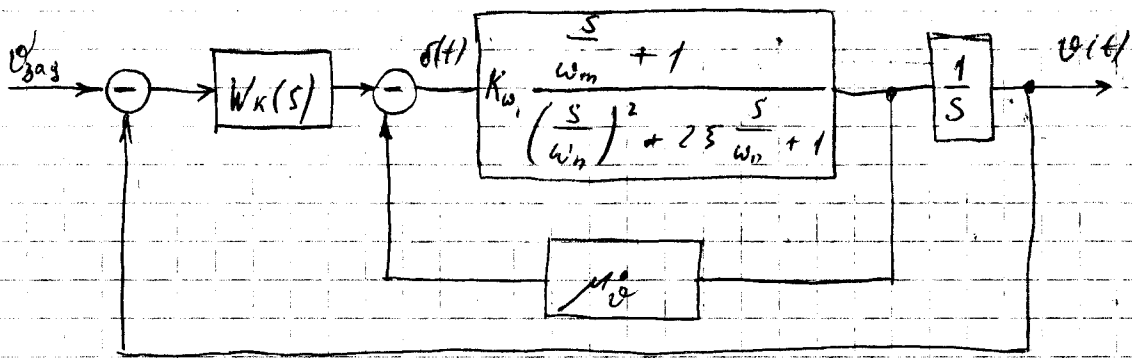
$$\varepsilon(t) = 3,5^\circ \quad \text{при } \overset{\circ}{\varphi} = 15\% ; \overset{\circ\circ}{\varphi} = 1,5\% \text{ c}^2$$

$$t_p \leq 4 \text{ c}$$

$$\sigma_{max} \leq 25\%$$

$$W_0(s) = \frac{k_1 (T_1 s + 1)}{s (T_1 s + 1) (T_2 s + 1)} =$$

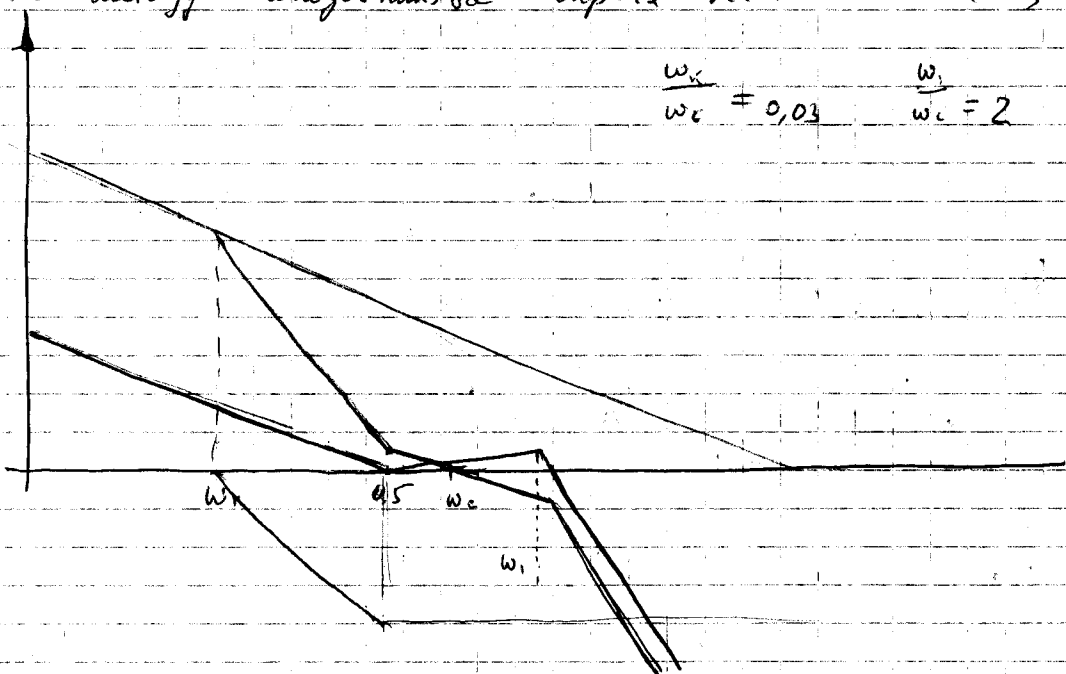
$$= \frac{0,606 (2,25 s + 1)}{s (0,318 \cdot s + 1) (0,284 \cdot s + 1)}$$



$$D_w = 15 \frac{c}{c'}; \quad D_z = 0,64 \frac{c}{c'}$$

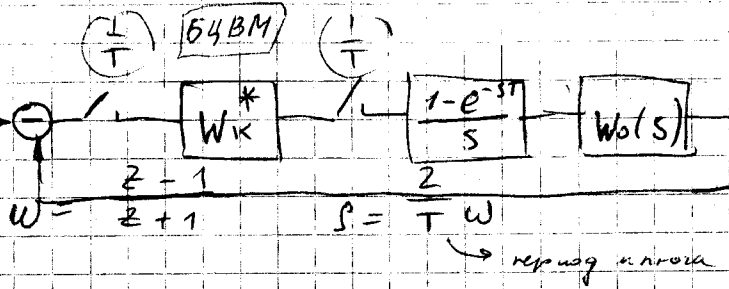
$$\varepsilon(t) = D_w + D_z = 1 + 2,4 = 3,4^\circ$$

По мереги логотипова опреда $W_K(s) = 17K_g(-, -)$



$$\frac{\omega_k}{\omega_c} = 0,03 \quad \frac{\omega_1}{\omega_c} = 2$$

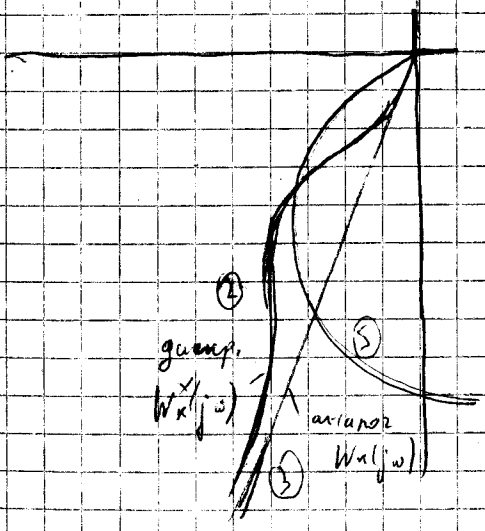
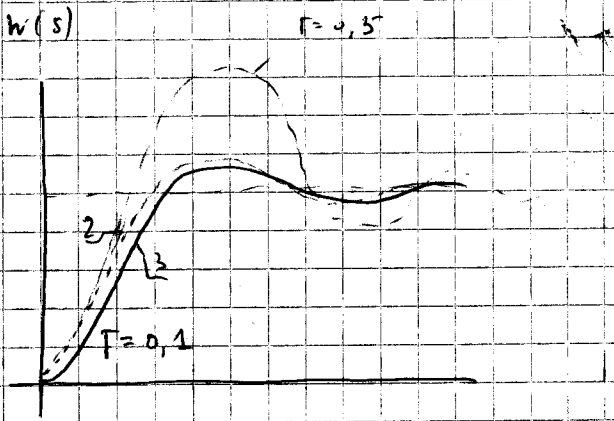
$$W_K(s) = \frac{2,23(0,284s + 1)}{22,45s + 1}$$



$$W_K^*(w) = \frac{22,9 \left(0,284 \frac{z}{0,1w+1} \right)}{22,4 \frac{z}{0,1w+1}}$$

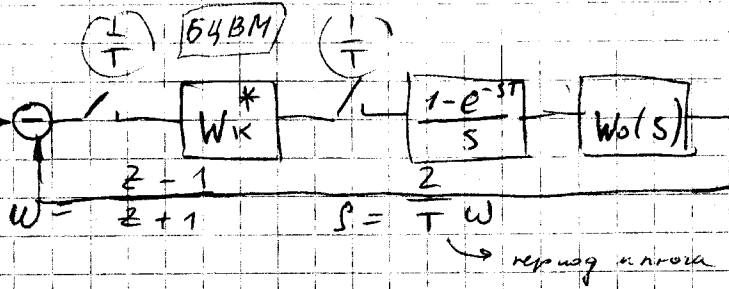
$$W_K^*(z) = \frac{0,342 - 0,239z}{1 - 0,998z^{-1}}$$

Im W(s)



$$W^* = \frac{0,540 - 0,034z}{1 - 0,920z^{-1}}$$

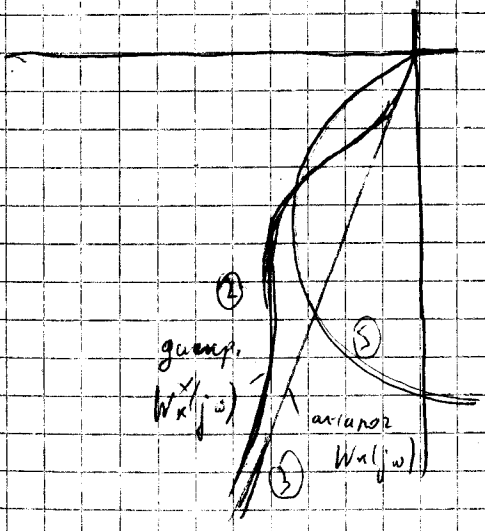
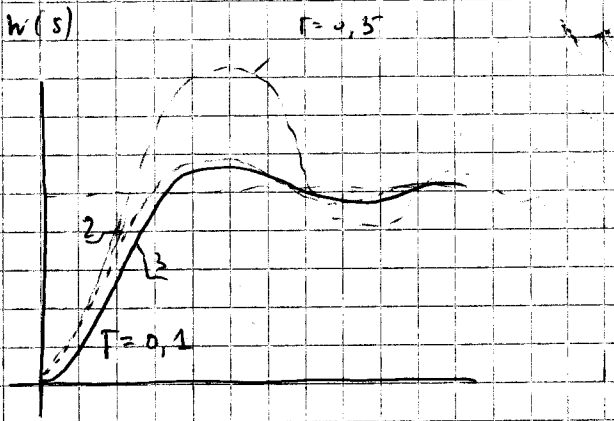
Re W(s)



$$W_K^*(w) = \frac{22,9 \left(0,284 \frac{z}{0,1w+1} \right)}{22,4 \frac{z}{0,1w+1}}$$

$$W_K^*(z) = \frac{0,342 - 0,239z}{1 - 0,998z^{-1}}$$

Im W(s)



$$W^* = \frac{0,540 - 0,034z}{1 - 0,920z^{-1}}$$

T = 0,5

Нелинейные САР

С-диа, в состав кот. входят $x1b$

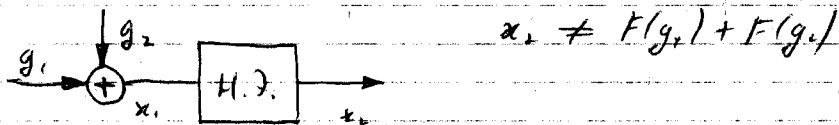
одни заны, вклученас к-та которас н/а

образом зависит входной — нелинейная

Э-та бывает линеитас, н/а и существенно н/а.

Особенности использования н/а систем

1) Не выполняются принципы суперпозиции.



2) Не применимо понятие ЧХ

3) Устойчивость НЛ с-мы зависит от Н.З.

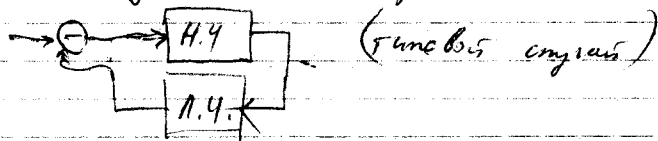
4) Наличие автоколебаний (при отсутствии периодич. вх. воздействия)

Методика изучения НЛ С.

1) Вад. ур-ние дается на интегрируемые и дифференцируемые

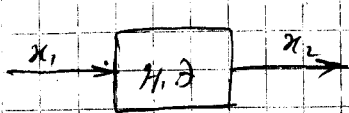
2) Выполняется линеаризация (где можно), и отыскиваются

3) Сравниваются результаты в структурной схеме НЧ и ЛЧ

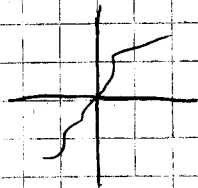
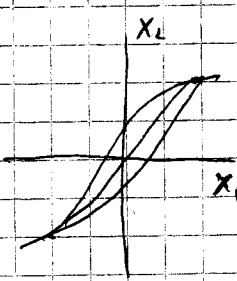
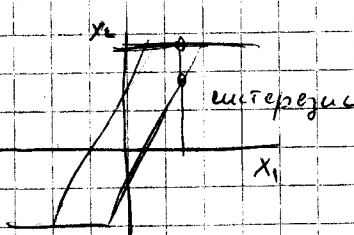
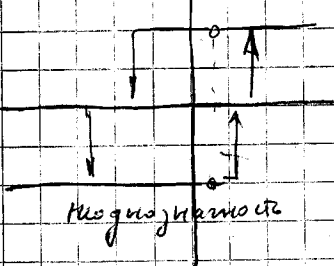
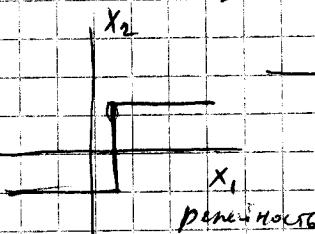
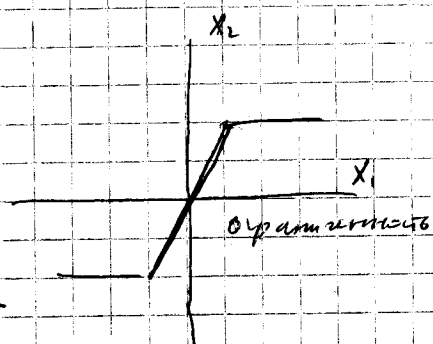
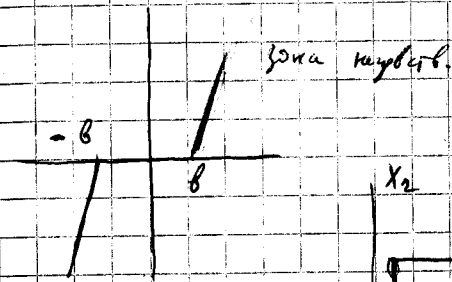


Типы входов

нелинейности



$$\dot{x}_2 = F(x_1, \dot{x}_1)$$

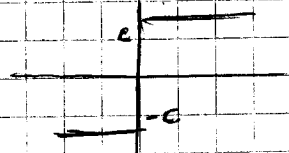


Зависимость от производной

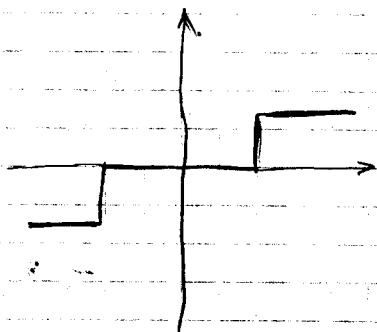
$$x_2 = F(x_1, \dot{x}_1)$$

Переменная

$$x_2 = \begin{cases} c, & x > 0 \\ -c, & x < 0 \end{cases}$$

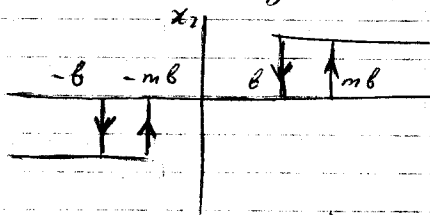


е.) Реле с зоной чувствительности



$$x_2 = \begin{cases} -c, & x_1 < -b \\ 0, & -b \leq x_1 \leq b \\ c, & x_1 > b \end{cases}$$

з.) Реле с зоной истощения



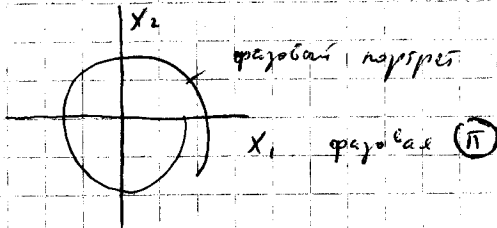
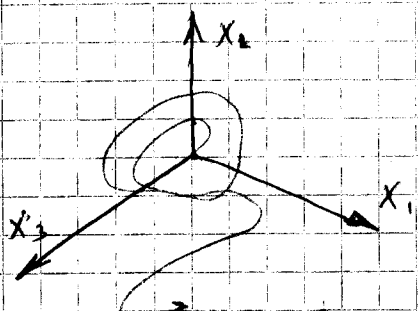
$$x_2 = \begin{cases} -c & x_1 < -mb, \dot{x}_1 > 0 \\ & x_1 < -b, \dot{x}_1 < 0 \\ 0, & -mb < x_1 < b, \dot{x}_1 > 0 \\ & -b < x_1 < mb, \dot{x}_1 < 0 \\ c & x_1 > b; \dot{x}_1 > 0 \\ & x_1 > mb; \dot{x}_1 < 0 \end{cases}$$

Метод графовой плоскости

1. Порядок $19 \leq 2$
2. 19 аппроксимируется

$$\frac{dX}{dt} = F(X, t) - \text{в форме Коши}$$

X - n -мерный вектор.



$$T^2 \frac{d^2x}{dt^2} + 2\zeta T \frac{dx}{dt} + x = 0$$

Консервативное движение

$$T^2 \dot{x}^2 + 2\zeta T \dot{x} + 1 = 0 \quad (\text{н.у.})$$

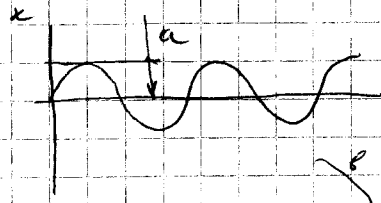
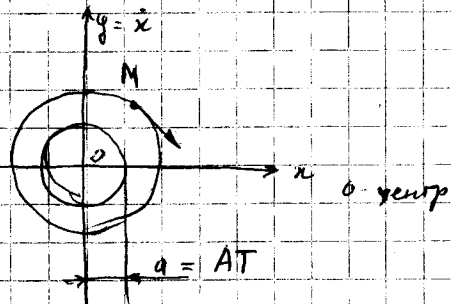
$$\xi = 0; \quad T^2 \dot{x}^2 + 1 = 0$$

$$y = \frac{dx}{dt} = \dot{x}; \quad \dot{y} = -\frac{2\zeta}{T} y - \frac{x}{T^2}$$

$$\frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = -\frac{2\zeta}{T} - \frac{x}{y T^2};$$

Пусть $\xi = 0$; тогда $y dy = -x dx \frac{1}{T^2};$

$$y^2 = -x^2 \frac{1}{T^2} + A^2; \quad \frac{y^2}{A^2} + \frac{x^2}{A^2 T^2} = 1$$

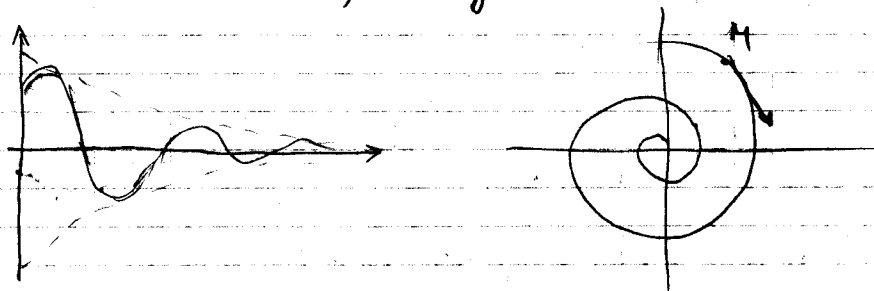


в центре б. то 0

1) Если затухает затухает имеет вид $x = A e^{-\zeta t} \cos(\omega t + \phi)$, то ω - частота имеет вид $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \zeta^2}$ с постоянством амплитуды A

а) Демпфирование есть, $0 < \xi < 1$

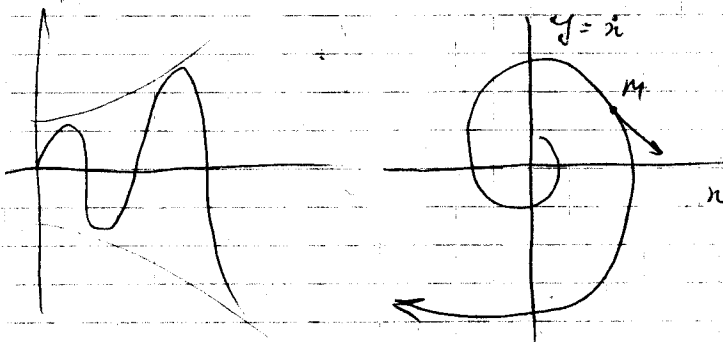
$$x = a e^{-\alpha t} \cos \omega t; \quad \dot{x} = y = -a e^{-\alpha t} (\alpha \sin \omega t + \omega \cos \omega t)$$



(уа. 10а)ξс)

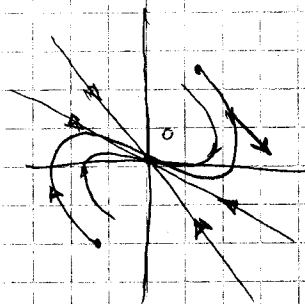
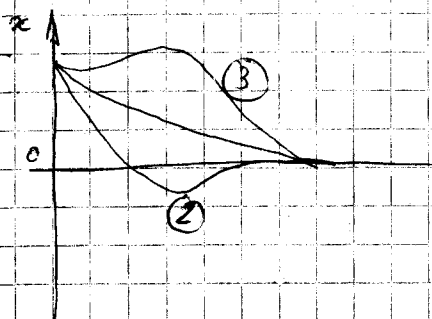
Если стрелка наворачивается на начало СК,
то в системе или затухающие колебания

б) Если $\xi < 0$, то $\operatorname{Re} \lambda > 0 \rightarrow$ колеб. пр. хел
расходится



Если стрелка в раскручивающуюся сторону, то
в системе или расхоз. пр. хел

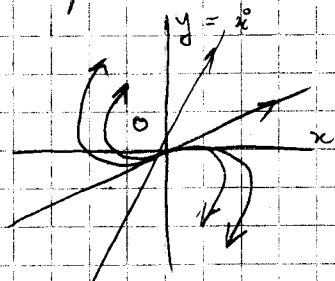
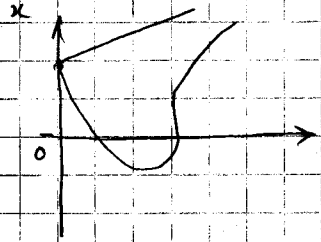
2) Если $\xi > 1$; два корня $x, y \in \mathbb{R}$



0 - узел

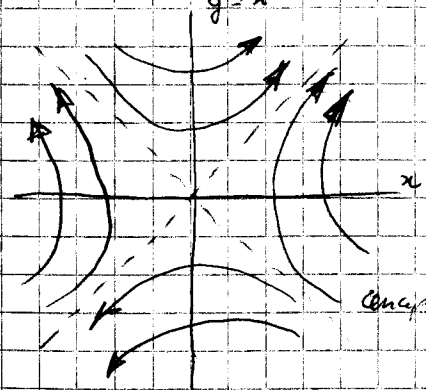
Если на фазовом портрете есть узел, то ξ - на экстремально устойчива

г) Если $\xi < -1$, то корни $\text{Re}_1 > 0$



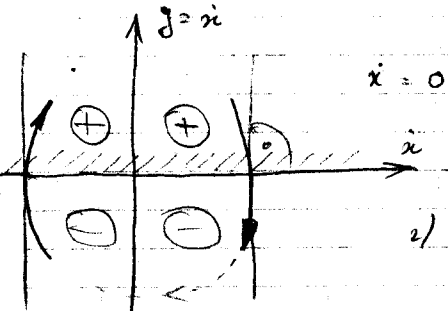
неустойчивый узел

е) Один корень $\text{Re} > 0$; другой $\text{Re} < 0$



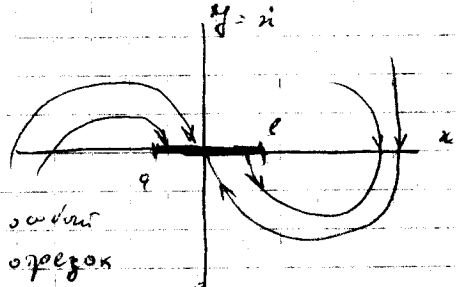
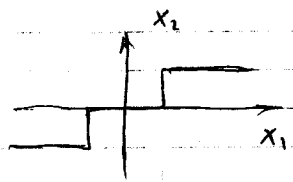
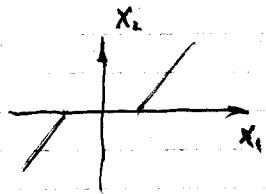
седловина

Особенности фазовых портретов НЛС систем.



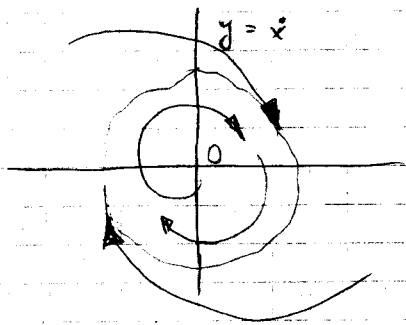
1) Циркуляционная точка фазового портрета принадлежит к классу отн. г. 0.

2) Фазовые пр-ры Π сн абсхми пог Π

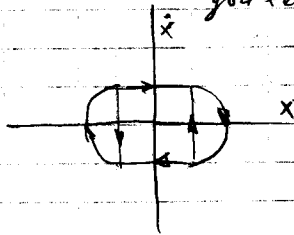


свободн
ав-орезок

3) Пред. циклы — вообще уменьште фазовые пр-ры, на которые "нацеливаются" все остальные

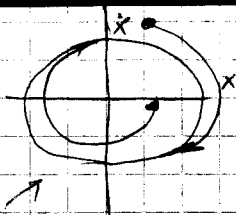


Найти пред. цикла
выдестель вует ол автоколебаний,
г.е. устанавитя периодический
движение x



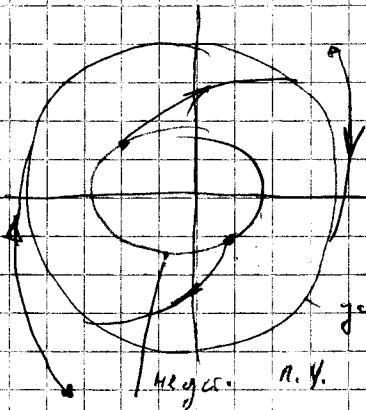
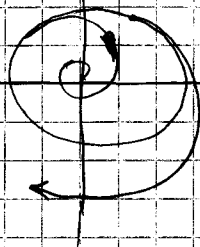
Если фазовые пр-ры сходится к пред. циклу, то
он устойчив.

Грос уловни Прегу. чина



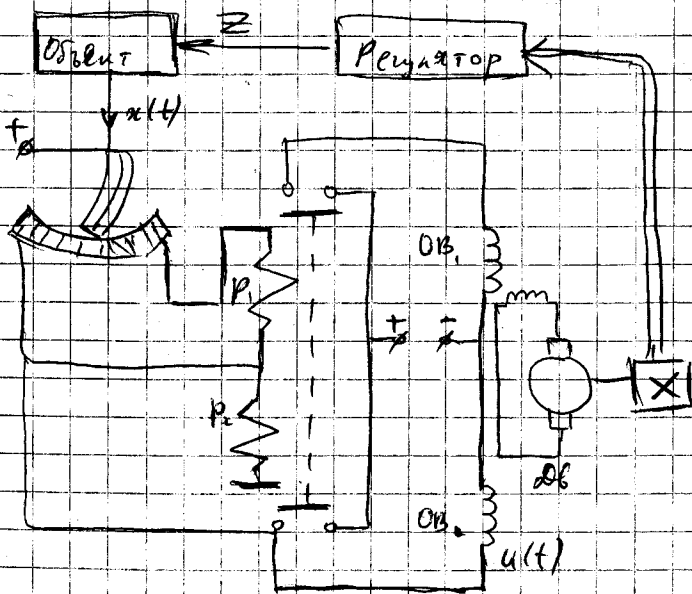
система грос уловни в доминантно и негрос уловни в основни

система негрос уловни в доминантно и грос уловни в основни

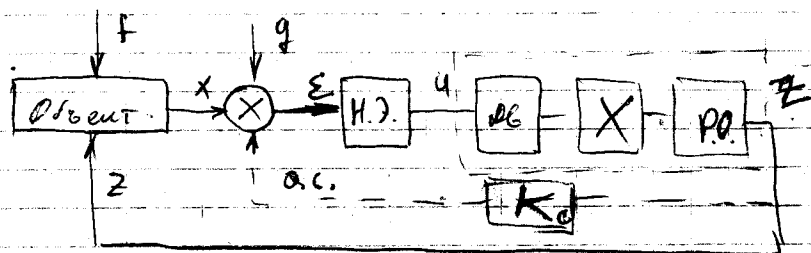


Пример

Терморегулятор



Связанная схема.



Объект: $T_0 \cdot \dot{x} = z$; о.с. отсутствует

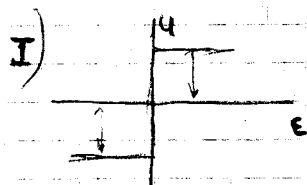
$g \neq 0$ - газ с-на сдвинутому (const)

Суммка $\varepsilon = g - x = -x$ | $g=0$

Р.о. : $T_1 \dot{z} = u$ - регулятор

Н.Э. : $u = F(\varepsilon)$

$\varepsilon = -x$ ($g=0$)



$$T_0 \cdot T_1 \cdot \ddot{x} = c, \quad \varepsilon > 0$$

$$T_0 \cdot T_1 \cdot \ddot{x} = -c, \quad \varepsilon < 0$$

$$\dot{x} = y$$

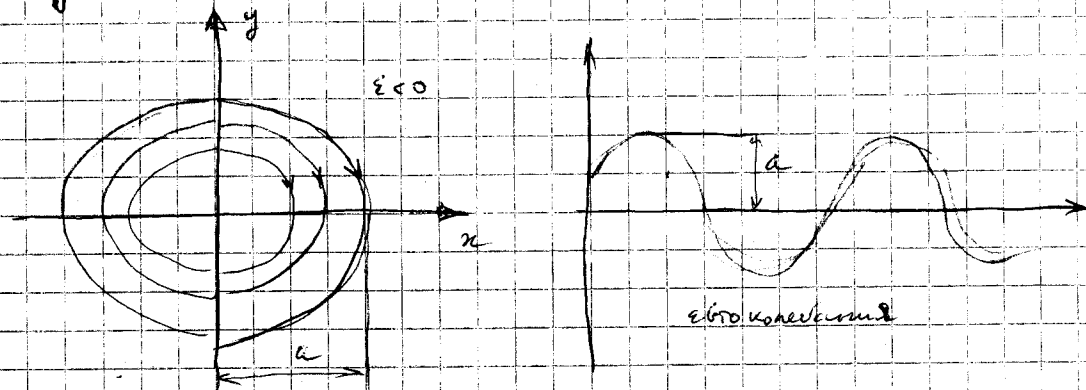
$$\begin{cases} T_0 \cdot T_1 \cdot \dot{y} = c & \varepsilon > 0 \\ T_0 \cdot T_1 \cdot \dot{y} = -c & \varepsilon < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_0 \cdot T_1 \cdot \dot{y} = c & \varepsilon > 0 \\ T_0 \cdot T_1 \cdot \dot{y} = -c & \varepsilon < 0 \end{cases}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{c}{T_0 \cdot T_1 \cdot y}; \quad y dy = \frac{c}{T_0 \cdot T_1} dx$$

$$y^2 = \frac{c}{T_0 \cdot T_1} x + A, \quad (\varepsilon > 0)$$

$$y^2 = -\frac{c}{T_0 T_1} x + A_2 \quad (\epsilon < 0)$$

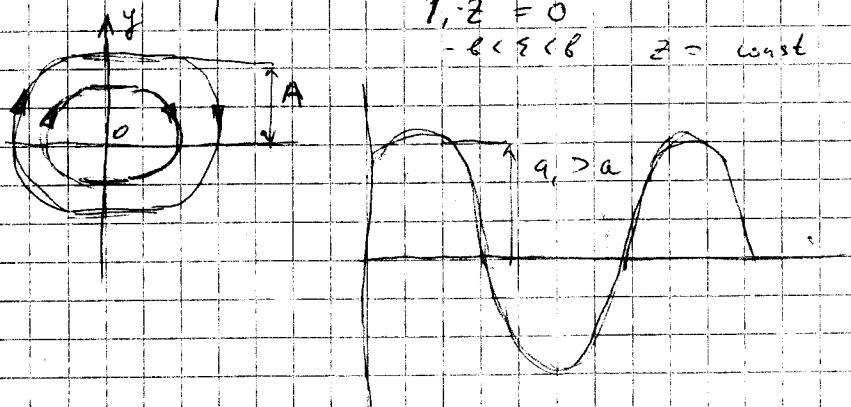


II) H. d.



$$U = \begin{cases} c, & \epsilon > b \\ 0, & -b < \epsilon < b \\ -c, & \epsilon < -b \end{cases}$$

$$T, \dot{z} = 0 \quad -b < \epsilon < b \quad z = \text{const}$$



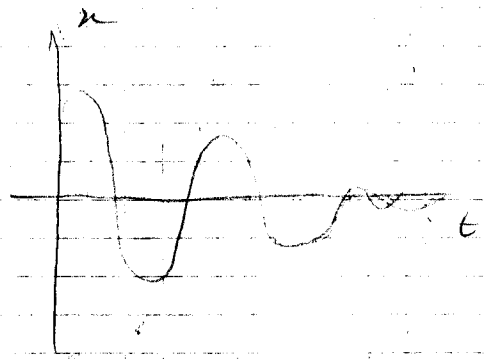
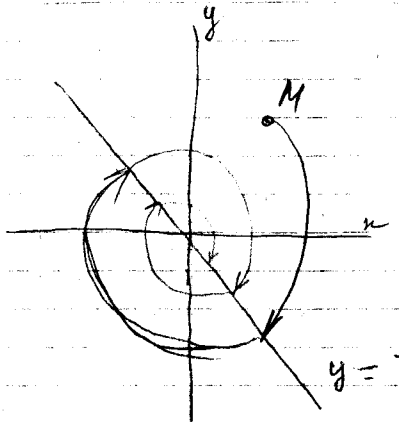
Зона неустойчивости → квантово-переходовая зона

III) OC - электроны; H. d. поле

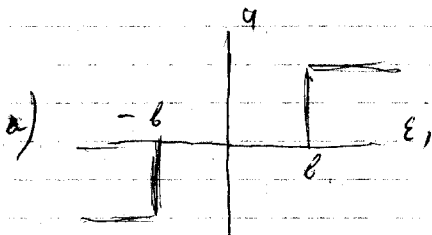
$$\epsilon = \epsilon - z \quad \text{др. поле антипараллельно направлению}$$

$$0 = \epsilon - z = -x - k_0 \cdot z \quad (z = T_0 \cdot y)$$

$$0 = -x - k_0 \cdot T_0 y; \quad y = \frac{1}{k_0 T_0} x$$



$$y = -\frac{1}{k_c T_0} x$$



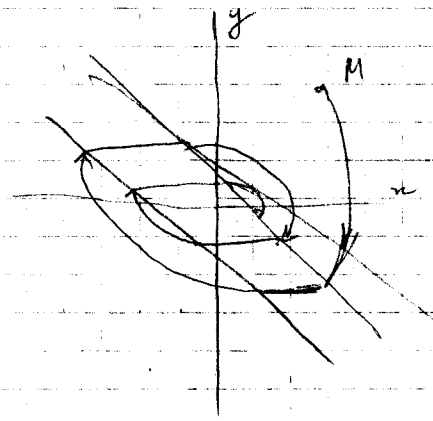
$$u \begin{cases} c, & t > 0 \\ 0, & -b < t < b \\ -c, & t < -b \end{cases}$$

x_p -rule *матрица* *кратчайшее время*

$$t_1 = b \rightarrow b = -x - k_c T_0 y$$

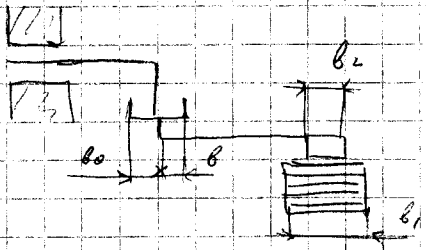
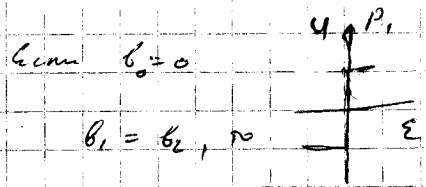
$$t_2 = -b \rightarrow b = -x - k_c T_0 y$$

$$y = -\frac{1}{k_c T_0} (x + b) \rightarrow T, Z = 0$$

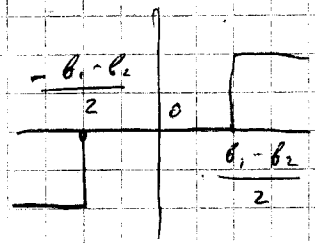


III Равовий портрет при малим розгономости

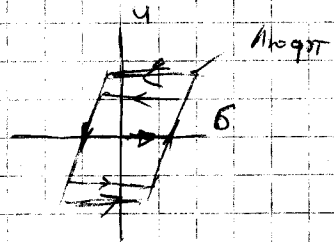
$q = F(\epsilon)$



Сем $v_0 = 0$; или $v_1 > v_2$

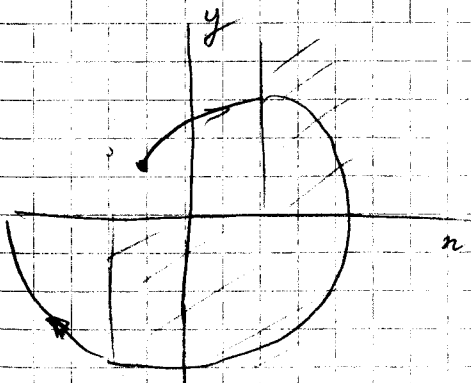


Сем $v_0 = 0$; или $v_1 = v_2$



Распределение деформаций поперечного сечения

- 1) ось x — направление деформаций с учетом сдвига
- 2) ось y — ось вращения от малых деформаций



расходящийся пп.

с) найти инвариантные функции гамильтона.

Объем: $T_0 \cdot \dot{x} + x = -z$

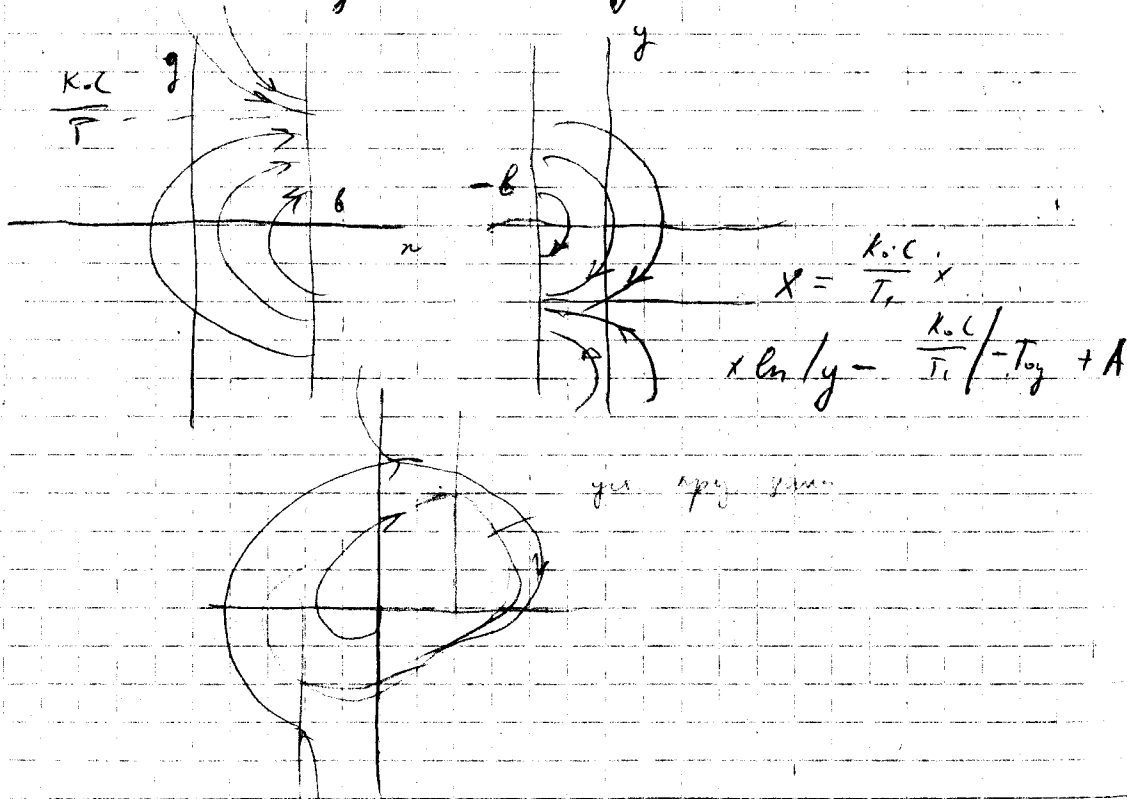
$$T_1 \cdot z = \begin{cases} c & x > b \\ -c & x < b \end{cases}$$

$$T_0 \cdot \ddot{x} + \dot{x} = \mp \frac{c}{T_1}; \quad \dot{x} = y$$

⑤ $\frac{dy}{dt} = -\frac{y}{T_0} \mp \frac{c}{T_1 T_0}; \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{T_0} \mp \frac{c}{T_1 T_0 y}$

$$dx = T_0 \frac{y dy}{(-y \pm \frac{c}{T_1})}$$

$$x = \frac{k_0 \cdot c}{T_1} \ln|y \pm \frac{k_0 c}{T_1}| - T_0 y + A$$

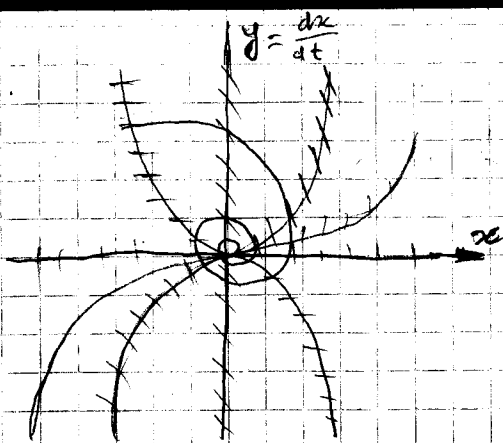


Дифференцирование

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) - \text{уравнение функции}$$

$$y = \frac{dx}{dt}; \quad \text{если } \frac{dy}{dx} = f(x, y) \text{ на } \mathbb{R}^1, \text{ то}$$

$$\text{уравнение дифференцирования} \quad \uparrow \quad \frac{dz}{dt}$$



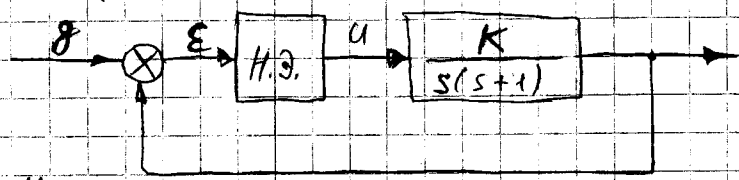
$$y = -x^3; \quad c = 1; \\ x = 0;$$

$$\text{tg } \alpha = -1, \quad \alpha = -45^\circ$$

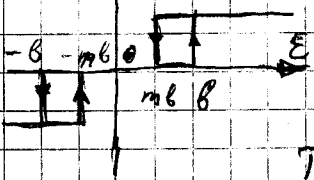
$$c = -2; \quad y = x^3$$

$$\frac{dy}{dx} = c = \text{tg } \alpha$$

Пример 2



$$u = f(e, \dot{e})$$



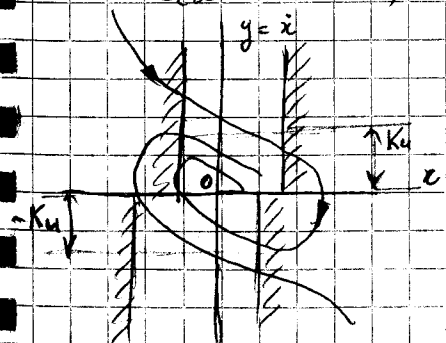
$$g = c; \quad \epsilon = -x; \quad y = \dot{x}$$

$$T \ddot{x} + \dot{x} = K u; \quad \boxed{\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot y}$$

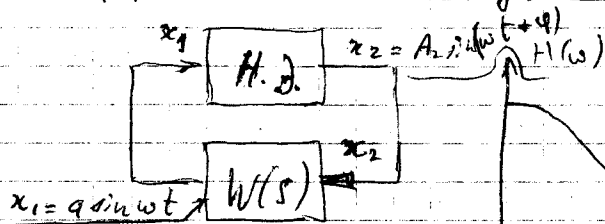
$$y + \frac{1}{T} + \frac{K u}{T} ; \quad T \frac{dy}{dx} = -1 + \frac{K u}{y}$$

$$dx = \frac{T y \cdot dy}{K u - y}; \quad x = -T(y + K u e_1 |y - K u|) + A;$$

если $u = 0$, то $x = -T y + A$



Проблемы нелинейного метода анализа Н/Л САР.

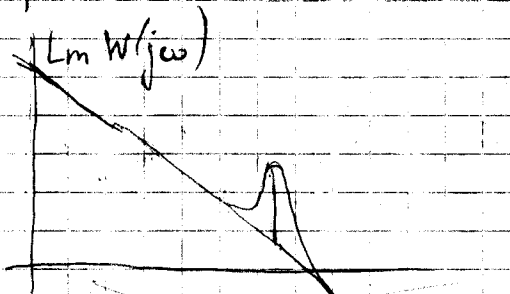


АЧХ нелинейной цепи

Линейная цепь — ФНЧ

$$x_1 = a \sin \omega t \rightarrow \begin{cases} \sin \omega t = \frac{x_1}{a} \\ \cos \omega t = \frac{\dot{x}_1}{a\omega} \end{cases}$$

Результат:



$$x_2 = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t + a_2 \cos 2\omega t + b_2 \sin 2\omega t + \dots$$

$$\frac{a_0}{2} \approx 0; \quad x_2 \approx a_1 \frac{\dot{x}_1}{a\omega} + b_1 \frac{x_1}{a} = q'(a, \omega) \frac{\dot{x}_1}{\omega} + q(a, \omega) \cdot x_1$$

q' и q — коэффициенты переноса: интегральные

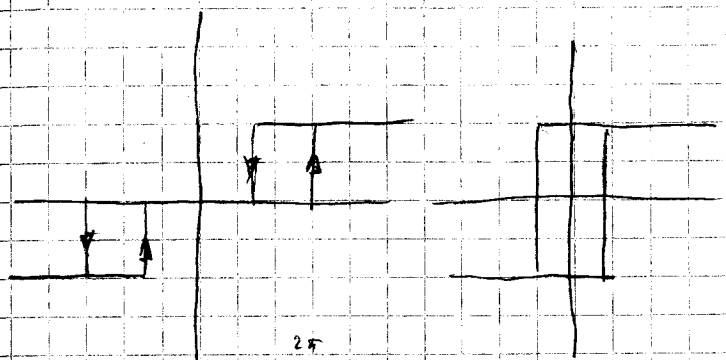
$$a_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(x_1, \dot{x}_1) \cdot \cos u \cdot du$$

$$b_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(x_1, \dot{x}_1) \cdot \sin u \cdot du$$

$$q'(a, \omega) = \frac{1}{\pi \cdot a} \int_0^{2\pi} x_2 \cdot \cos u \cdot du; \quad q(a, \omega) = \frac{1}{\pi \cdot a} \int_0^{2\pi} x_2 \cdot \sin u \cdot du$$

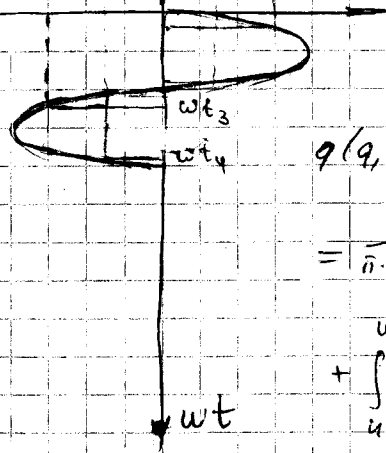
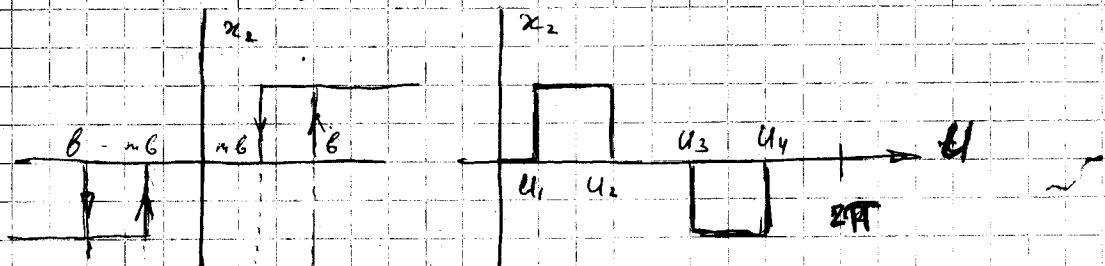
$q'(a, \omega)$ — это то же самое, что и q — коэффициент переноса для нелинейной цепи $x_2 = F(x_1, \dot{x}_1)$

Dem 5122 ma II. ru



$$q(a, \omega) = \frac{1}{\pi \cdot a} \int_0^{2\pi} F(a \sin u, a \cos u) \cdot \sin u \cdot du$$

$$q'(a, \omega) = \frac{1}{\pi \cdot a} \int_0^{2\pi} F(a \sin u, a \cos u) \cdot \cos u \cdot du$$



$(0, u_1), (u_2, 0)$

$$q(a, \omega) = \frac{1}{\pi \cdot a} \int_{x_2} \sin u \, du =$$

$$= \frac{1}{\pi \cdot a} \left\{ \int_0^{u_1} 0 \cdot \sin u \cdot du + \int_0^{u_2} c \cdot \sin u \cdot du + \int_{u_2}^{u_3} 0 \cdot \sin u \cdot du + \right.$$

$$\left. + \int_{u_3}^{u_4} (-c) \cdot \sin u \cdot du + \int_{u_4}^{2\pi} 0 \cdot \sin u \cdot du \right\}$$

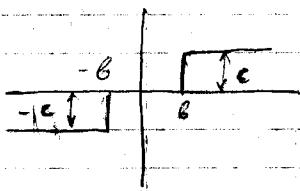
$$q(a) = \frac{c}{\pi \cdot a} [(\cos u_1 - \cos u_2) + (\cos u_4 - \cos u_3)]$$

$$u_1 = \arcsin \frac{b}{a}; \quad \sin u_{3,4} = \frac{b}{a}$$

$$c_2 = a_2 c \sin$$

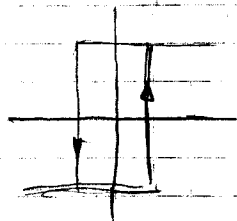
vacuum cylinder

$$m = 1$$



$$q(a) = \frac{4c}{\pi a^2} \sqrt{a^2 - b^2}; \quad q'(a) = 0$$

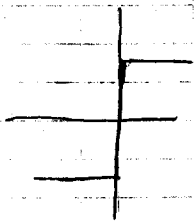
$$m = -1$$



$$q(a) = \frac{4c}{\pi a^2} \sqrt{a^2 - b^2}; \quad q'(a) = -\frac{4cb}{\pi a^2}$$

$$m = 0$$

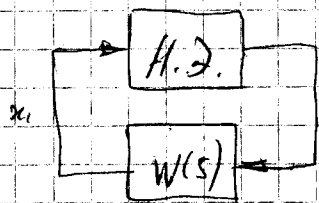
$$b = 0$$



$$q(a) = \frac{4c}{\pi a}; \quad q'(a) = 0$$

Устойчивость автоколебаний и уг+ти на САР

методом характеристической линейной функции.



$$Q(p)x_1 = -R(p)x_2$$

уравнение харак. функции $\alpha'' - \alpha$

$$x_2 = \left[q(a, \omega) + \frac{q'(a, \omega)}{\omega} p \right] x_1$$

уравнение характеристической функции

p - оператор $\rightarrow \left(p = \frac{d}{dt}(\cdot) \right)$

$$Q(p) + R(p) \left[q(a, \omega) + \frac{q'(a, \omega)}{\omega} p \right] = 0 \quad \text{х.ф. САР}$$

Если $a = a_4, \omega = \omega_4$, то $p_{42} = \pm j\omega_4$

возможна устойчивость автоколебаний

Метод Мухомова

$$Q(j\omega) + R(j\omega) \left[q(a, \omega) + j q'(a, \omega) \right] = 0$$

$$X(\omega) + j Y(\omega) = 0$$

Уравнение автоколебаний

$$\begin{cases} X(a_4, \omega_4) = 0 \\ Y(a_4, \omega_4) = 0 \end{cases}$$

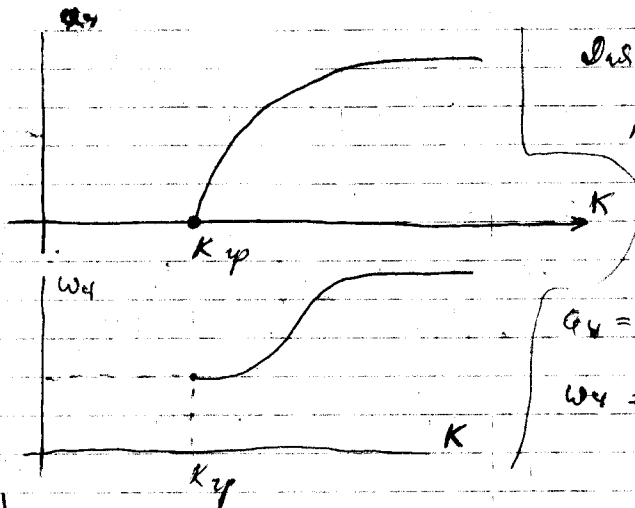
В общем случае есть \underline{k} - безразмерный параметр

$$X(\omega_4, a_4, k) = 0$$

$$Y(\omega_4, a_4, k) = 0$$

$$a_4 = a_4(k)$$

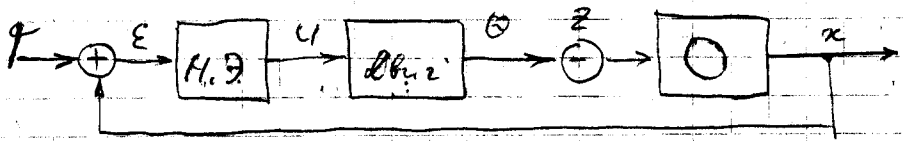
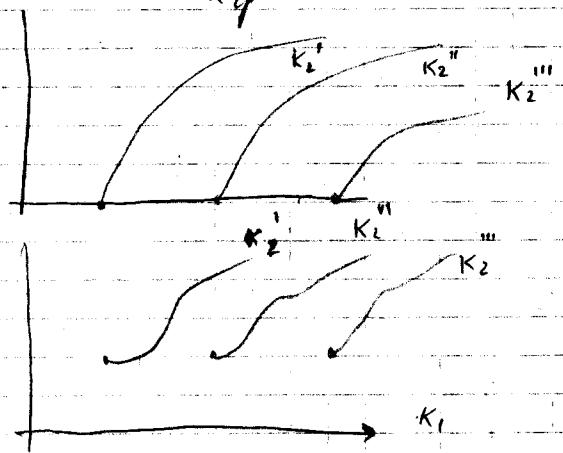
$$\omega_4 = \omega_4(k)$$



Для выбора двух параметров K_1, K_2 строим совокупность осциллограмм

$$Q_4 = Q_4(K_1, K_2);$$

$$\omega_4 = \omega_4(K_1, K_2)$$



Объект: $T_0 \dot{x} + x = K_0 \cdot z$

И.Э.: $u = F(x)$

Двух: $T_1 \ddot{\theta} + \dot{\theta} = K_1 u; z = -\theta(00L)$

$$u = \left[q(a) + \frac{q'(a)}{\omega p} \right] x$$

$$T_0 \dot{x} + x = -K_0 \theta; T_1 \ddot{\theta} + \dot{\theta} = K_1 \left[q(a) + \frac{q'(a)}{\omega p} \right] x$$

Решок системы на T_1 ; NNT_1

$$2 \times k_0$$

$$(T_0 T_1 p^3 + T_1 p^2) x = -k_0 T_1 \ddot{\theta};$$

$$k_0 T_1 \ddot{\theta} + k_0 \dot{\theta} = k_1 k_0 F(x)$$

$$(T_0 p^2 + p) x = -k_0 \dot{\theta}$$

$$(T_0 T_1 p^3 + T_1 p^2) x + (T_0 p^2 + p) x =$$

$$= -k_1 k_0 \left[q(a) + \frac{q'(a)}{\omega p} \right] x;$$

$$\left\{ T_0 T_1 p^3 + (T_1 + T_0) p^2 + \left[1 + k_1 k_0 \frac{q'(a)}{\omega} \right] p + k_1 k_0 q(a) \right\} x = 0.$$

$$q'(a) = \frac{q_0}{\pi a^2} \sqrt{a^2 - b^2}; \quad q'(a) = 0$$

$$T_1 T_0 p^3 + (T_1 + T_0) p^2 + \left(1 + k_1 \frac{q'(a)}{\omega} \right) p + k_1 q(a) = 0 \quad \times 9$$

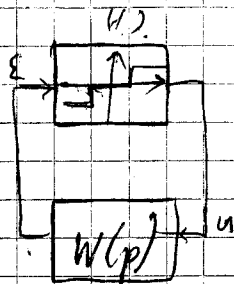
Крайевый элемент в а

$$Q(p) + R(p) \left[q(a, \omega) + \frac{q'(a, \omega)}{\omega p} \right] = 0$$

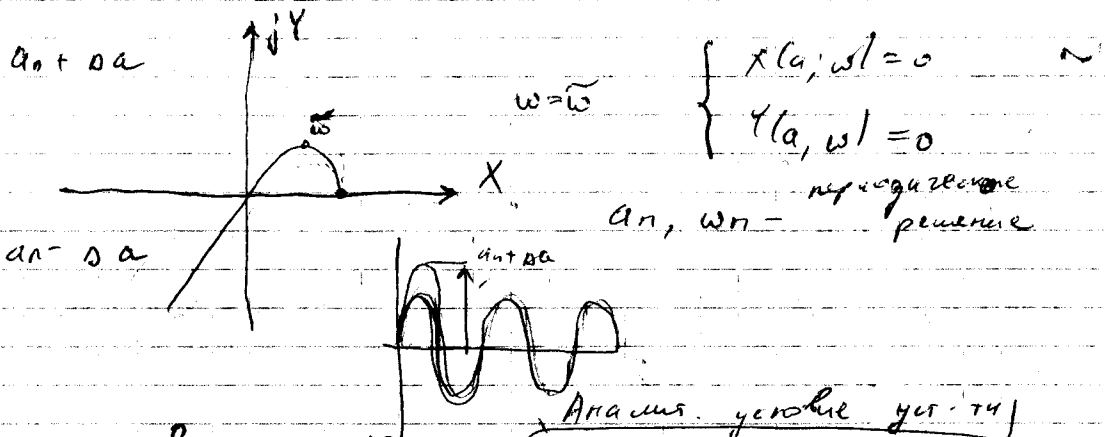
$$p = j\omega$$

$$L(j\omega) = Q(j\omega) + R(j\omega) \left[q(a) + \frac{q'(a, \omega)}{\omega j\omega} \right]$$

$$L(j\omega) = X(a, \omega) + j Y(a, \omega)$$



$\times 9$



$$\left(\frac{\partial X(a, \omega)}{\partial a} \right)^n \left(\frac{\partial Y(a, \omega)}{\partial \omega} \right)^n - \left(\frac{\partial X}{\partial \omega} \right)^n \left(\frac{\partial Y}{\partial a} \right)^n = 0$$

Прогоняем уравнения.

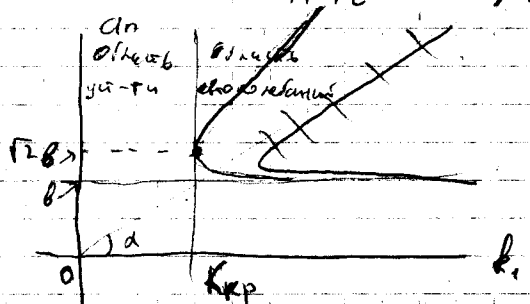
$$p = j\omega; \quad X(a, \omega) = k_1 q(a) - (T_1 + T_0) \omega^2 = 0$$

$$Y(a, \omega) = \omega - T_1 T_0 \omega^3 = 0$$

$$\begin{cases} k_1 q(a) - (T_1 + T_0) \omega^2 = 0 \\ 1 - T_1 T_0 \omega^2 = 0 \end{cases}; \quad \omega_n = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_0}}$$

$$K_n = \frac{4c}{\pi a_n^2} \sqrt{a_n^2 - b^2} = \frac{T_1 + T_0}{T_1 T_0}$$

$$K_n = \frac{\pi (T_1 + T_0)}{T_1 T_0} \frac{a_n^2}{\sqrt{a_n^2 - b^2}}$$



$$\frac{d}{da_n} \left(\frac{a_n^2}{\sqrt{a_n^2 - b^2}} \right) = \frac{2a_n \sqrt{a_n^2 - b^2} - a_n^2 \frac{2a_n}{\sqrt{a_n^2 - b^2}}}{a_n^2 - b^2} = 0$$

$$2a_n(a_n^2 - b^2) - a_n^2 = 0$$

$$a_n^2 - 2b^2 = 0 \rightarrow a_n = \sqrt{2}b$$

$$R_n = \frac{\pi b (T + T_0)}{2 \cdot c \cdot T_1 \cdot T_0}$$

$$\text{при } a_n \geq \sqrt{2}b$$

$$q_n = \frac{4c \cdot T_1 \cdot T_0}{(T_1 + T_0)\pi} R_n$$

$$\left(\frac{\partial X}{\partial a} \right)^n \left(\frac{\partial Y}{\partial \omega} \right)^n - \left(\frac{\partial X}{\partial \omega} \right)^n \left(\frac{\partial Y}{\partial a} \right)^n > 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial X}{\partial a} \right)^n \left(\frac{\partial Y}{\partial \omega} \right)^n > 0$$

$$\left(\frac{\partial X}{\partial a} \right)^n = R_n \left(\frac{\partial q}{\partial a} \right)^n; \quad \left(\frac{\partial Y}{\partial \omega} \right)^n = 1 - 3T_0 T_1;$$

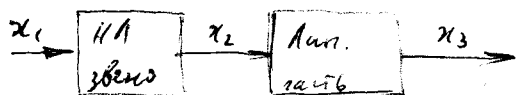
$$\omega_n^2 = 1 - 3 \frac{T_1 \cdot T_0}{T_1 \cdot T_0} = -2; \quad \left(\frac{\partial q}{\partial a} \right)^n < 0$$

$$\text{так вышло.} \quad b \leq a_n \leq \sqrt{2}b$$

формы импеданса

Применение критерия Найквиста.

для систем с одним каналом



$$x_2 = F(x_1, p, n_1) \quad p \rightarrow s$$

$$Q(p) x_3 = R(p) x_2 ; \quad W(p) = \frac{R(p)}{Q(p)}$$

При замкнутом контуре $x_3 = -x_1$

Пусть $x_1 = a \sin \omega t$; $x_2 = F(a \sin \omega t)$

$$x_2 = \left[q(a) + \frac{q'(a)}{\omega} p \right] x_1$$

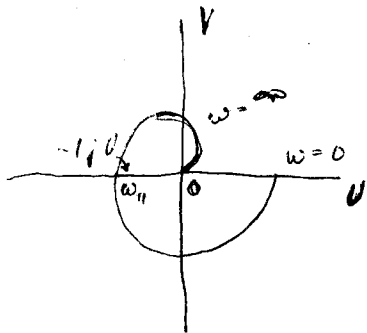
$$W_H(p, a, \omega) = q(a) + \frac{q'(a)}{\omega} p \quad \text{или}$$

$$W_H(p, a) = q(a) - \text{для отрицательных Н.З.}$$

$$p = j\omega; \quad W_H(a) = q(a) + j q'(a)$$

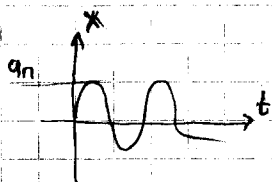
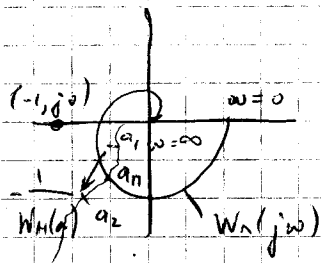
$$\text{или} \quad W_H(a) = q(a)$$

$$W(a, j\omega) = W_H(a) W(j\omega) = [q(a) + j q'(a)] \cdot W_H(j\omega)$$



$$W_{\Lambda}(j\omega) = \frac{1}{W_{\Lambda}(a)}$$

$$W_{\Lambda}(a) = q(a) + j q'(a)$$



$$W(j\omega) = W_{\Lambda}(j\omega) \cdot W_{\Lambda}(a)$$

н.ф. размытия САР

Пусть заданы корни характеристического уравнения $a_n + p a = a$

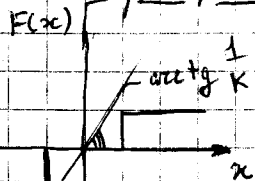
Если $a_1 \rightarrow a_2$ - САР становится

$$a_n - p a = a$$

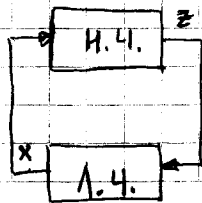
Для устойчивости необходимо, чтобы при переходе x -ки $W_{\Lambda}(a)$ из внутр. области x -ки $W_{\Lambda}(j\omega)$ во внешнюю происходила \uparrow амплитуд.

Если при таком переходе будет \downarrow значение амплитуд, то периодич. движение неустойчиво.

Критерий Попова В.И.



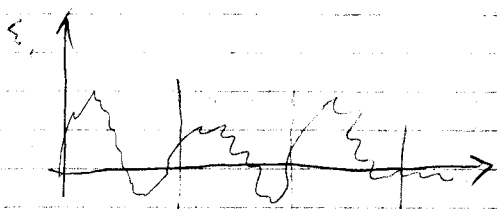
$$0 \leq \frac{F(x)}{x} \leq k$$



$$W_1(j\omega) = \frac{R(j\omega)}{Q(j\omega)}$$

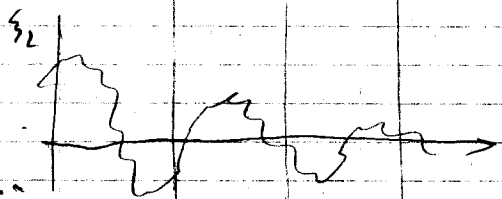
$$Q(p)X = -R(p)Z$$

$$\frac{dF(x)}{dx} = W(x)$$

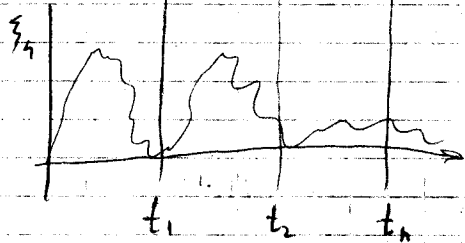


ξ_1, \dots, ξ_n - аргументы

$\xi_1(t), \dots, \xi_n(t)$ - процессы
в \mathbb{R}^n



$W(x, t, x)$ - PDF аргументов



$$M[\xi(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot W_1(x, t) dx = m_x(t) \quad \begin{array}{l} \text{момент 1-го порядка} \\ \text{априори} \end{array} \quad \xi(t)$$

(МО)

$$M[\xi(t_1)\xi(t_2)] = \iint_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 W_2(x_1, x_2, t_1, t_2) dx_1 dx_2 = R(t_1, t_2)$$

момент 2-го порядка

(Корр. ф-я)

$$R_0(t_1, t_2) = M\{[x(t_1) - m_x(t_1)][x(t_2) - m_x(t_2)]\} =$$

$$= \iint_{-\infty}^{+\infty} [x_1(t_1) - m_x(t_1)][x_2(t_2) - m_x(t_2)] W_2(x_1, x_2, t_1, t_2) dx_1 dx_2$$

$$D_x = \sigma^2 = M\{[x - m_x(t)]^2\} = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - m_x(t)]^2 W_1(x, t) dx =$$

- дисперсия σ^2 ; σ - СКВ

f. Случайная корр. ф-ция

$$M = \{ [x - m_x(t)] [y - m_y(t)] \} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [x(t_1) - m_x] [y(t_2) - m_y] \times$$

$$\times W_{xy}(x, y; t_1, t_2) dx dy = K_{xy}(t_1, t_2)$$

График функции и эволюционные СП

$$m_x(t) = \text{const} - \text{гал. СП}$$

$$M[\xi] = \int_{-\infty}^{+\infty} x W(x, t) dx = \text{const}$$

$$R(t, t+\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1(t+\tau) x_2(t) \cdot W(x_1, x_2; \tau) dx_1 dx_2$$

$$m \approx \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \xi(t) dt - \text{пр. интеграл } 0 \text{ } \infty \text{ границ}$$

реализация

Можно считать

$$\lim_{T \rightarrow \infty} M \left\{ \left[\frac{1}{2T} \int_{-T}^T \xi(t) dt - m \right]^2 \right\} = 0$$

— закон для функции между
произвольной точкой

$$m = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \xi(t) dt$$

Вместо интегрирования по t можно интегрировать 1 с $\xi(t)$ на действительном интервале.

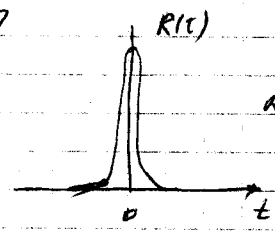
$$\xi(t) = M[\xi(t)] = m$$

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1(t+\tau) x_2(t) W(x_1, x_2, \tau) dx_1 dx_2 =$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t+\tau) \cdot x(t) \cdot dt = \frac{-T}{x(t+\tau)x(t)} \text{ (ср. с. 17)}$$

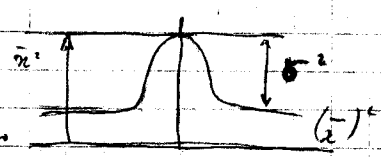
КФ бел. жаб-та мет. жаб. шартинан, кср.
 проног ~~ж~~ б. р. жаб. б. р.

1) бел. жаб. мет. жаб. шартинан
 бел. жаб. мет. жаб. шартинан

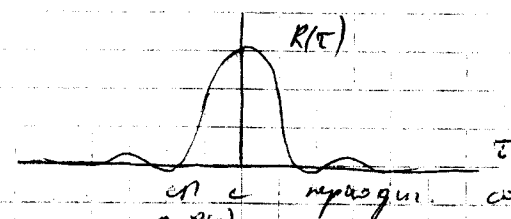


$$R(t) = R_0 \cdot \delta(t)$$

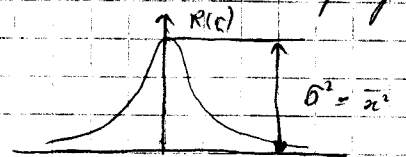
2) бел. жаб. мет. жаб. шартинан
 бел. жаб. мет. жаб. шартинан



3) бел. жаб. мет. жаб. шартинан
 бел. жаб. мет. жаб. шартинан



4) бел. жаб. мет. жаб. шартинан
 бел. жаб. мет. жаб. шартинан



$$R(t) = \sigma^2 = D_{x^2}$$

бел. жаб. мет. жаб. шартинан

$$1) \lim_{\tau \rightarrow \infty} R(\tau) = 0$$

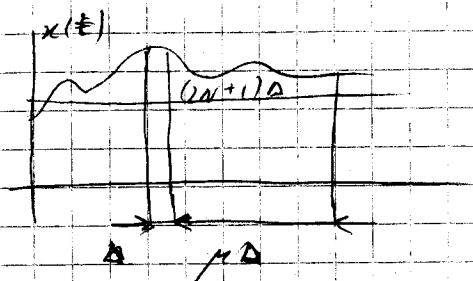
$$2) R(0) = \lim_{\tau \rightarrow 0} R(\tau) = x^2 > 0$$

3) $R(\tau) \equiv R(-\tau)$ - op. зѣтнax

4) $R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^T x(t) \cdot y(t+\tau) \cdot dt$

$R_{xx}(\mu) = \frac{1}{2N+1} \sum_{\nu=-N}^N x_{\nu} \cdot x_{\nu+\mu}$

q - на зкучея. оярегенерия КФ



Числѣ. мн-тѣ и КФ олжамн на Пѣпѣ

$R_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega$

$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$ - числѣ. мнѣтнхлѣтѣ

$\overline{x^2} \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(\omega) d\omega \rightarrow$ Th Папѣрѣлѣя

$S_x(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |X_T(j\omega)|^2 = \frac{1}{2T} |X(j\omega)|^2$

$R_T(\tau) = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x_T(t) \cdot x_T(t+\tau) d\tau$ } $e^{j\omega t} \cdot e^{-j\omega(t+\tau)} = 1$

$S_T(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_T(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} \cdot d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x_T(t) \cdot x_T(t+\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau =$

$\frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{+\infty} x_T(t) \cdot e^{j\omega t} \cdot d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} x_T(t+\tau) \cdot e^{-j\omega(t+\tau)} d(t+\tau) =$

$= \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{+\infty} x_T(t) \cdot e^{j\omega t} \cdot dt \int_{-\infty}^{+\infty} x_T(\lambda) \cdot e^{-j\omega\lambda} \cdot d\lambda = S_T(\omega)$

$$X_T(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_T(t) e^{-j\omega t} dt; \quad X^*(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{j\omega t} dt$$

$$S_T(\omega) = \frac{1}{2T} X_T(j\omega) X_T^*(j\omega) = \frac{1}{2T} |X_T(j\omega)|^2$$

$$S(\omega) = M[S_T(\omega)]; \quad \bar{x}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(\omega) \cdot d\omega$$

$$\bar{x}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) \cdot d\omega = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt$$

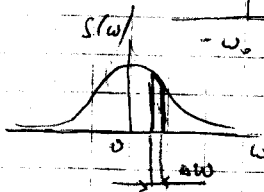
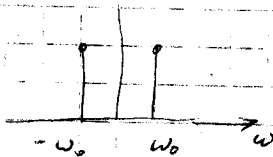
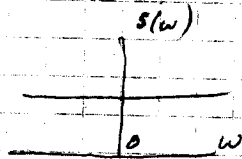
Частота S(ω)

1. S(ω) - сигнал по-прежнему

2. Если сигнал постоянный: S - const

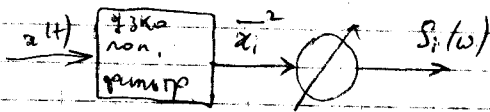
3. S(ω) уже непрерывный, например, сигнал с частотой δ-функций

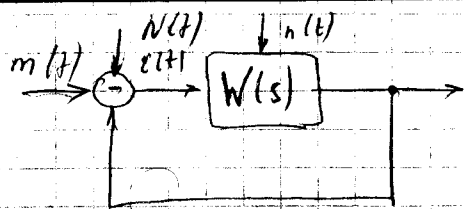
4



$$\bar{x}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} S_i(\omega) \cdot d\omega = \frac{S_i \Delta\omega}{2\pi}$$

$$S_i(\omega) = \frac{2\pi \bar{x}^2}{\Delta\omega}$$





$m(t)$ - yspolazenie

$n(t)$ - hodnota, vyjde, ať

1. Plynutí $n(t) = 0$

$$a) X(j\omega) = \Phi(j\omega) \cdot m(j\omega); \quad \Phi(j\omega) = \frac{W(j\omega)}{1 + W(j\omega)}$$

$$b) X^*(j\omega) = \Phi^*(j\omega) \cdot m^*(j\omega)$$

$$X(j\omega) \cdot X^*(j\omega) = |X(j\omega)|^2 = |\Phi(j\omega)|^2 |m(j\omega)|^2$$

$$S_x(\omega) = |\Phi(j\omega)|^2 \cdot S_m(j\omega)$$

$$X(j\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} \cdot dt$$

$$X^*(j\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{j\omega t} \cdot dt$$

$$R_x(\sigma) = \int_{-\infty}^{+\infty} k(\lambda) \cdot d\lambda \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} R_m(\sigma + \lambda - \eta) \cdot k(\eta) \cdot d\eta$$

Plynutí $\Phi(j\omega) = A \Phi Y X$ $\frac{X(j\omega)}{m(j\omega)} = Y(j\omega)$

$$S_{x_2}(\omega) = |Y(j\omega)|^2 \cdot S_n(\omega)$$

$$S_{x_1}(\omega) = |\Phi(j\omega)| \cdot S_2(\omega)$$

$$P_E(j\omega) = \frac{1}{1 + W(j\omega)}$$

$$S_E(\omega) = S_{X_1}(\omega) + S_{X_2}(\omega)$$

$$S_E(\omega) = \left| \frac{1}{1 + W(j\omega)} \right|^2 S_m(\omega) + |Y(j\omega)|^2 S_n(\omega)$$

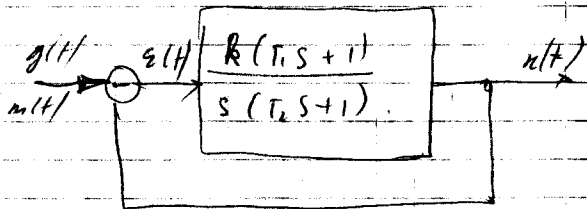
No need for bridge

$$Y(j\omega) = \frac{W(j\omega)}{1 + W(j\omega)}$$

$$S_{EW}(\omega) = \left| \frac{1}{1 + W(j\omega)} \right|^2 S(\omega) + \left| \frac{W(j\omega)}{1 + W(j\omega)} \right|^2 S_N(\omega)$$

$$\frac{1}{\epsilon^2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_E(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{1}{1 + W(j\omega)} \right|^2 S_m(\omega) d\omega +$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{W(j\omega)}{1 + W(j\omega)} \right|^2 S_N(\omega) d\omega$$



$$e(t) = m(t) - n(t)$$

$$M/\epsilon^2 = M/\epsilon_m^2 + M/\epsilon_n^2$$

$$S_m(t) = \frac{2\beta a^2}{\omega^2 + \beta^2}$$

$$s_n(t) = \epsilon^2 = \delta/\omega$$

$$M\{\varepsilon_m^2\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{\sqrt{2\beta} \cdot a(T_2 j\omega + 1)}{j\omega(T_2 j\omega + 1) + k(T_1 j\omega + 1)} \right|^2 \frac{d\omega}{\omega^2 + \beta^2}$$

$$M\{\varepsilon_n^2\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{Kc(T_1 j\omega + 1)}{j\omega(T_1 j\omega + 1) + R(T_1 j\omega + 1)} \right|^2 d\omega$$

$$I_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{G(j\omega)}{A(j\omega)A(-j\omega)} d\omega$$

$n = 1, 2, \dots$ — степень знаменателя

$$A(j\omega) = a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_n$$

$$G(j\omega) = b_0(j\omega)^{2n-1} + b_1(j\omega)^{2n-2} + \dots + b_{n-1}$$

$$A(j\omega) = a_0 j\omega + a_1; \quad G(j\omega) = b_0$$

$$I_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{b_0 d\omega}{|a_0 j\omega + a_1|^2} = \frac{b_0}{2a_0 a_1}$$

$$I_2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{b_0 \cdot (j\omega)^2 + b_1}{|a_0(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_2|^2} d\omega = \frac{-b_0 + \frac{a_0 b_1}{a_2}}{2a_0 a_1}$$

Пример

$$x = A \sin(\beta t + \psi); \quad A = 10; \quad \beta = 2 \text{ 1/с}$$

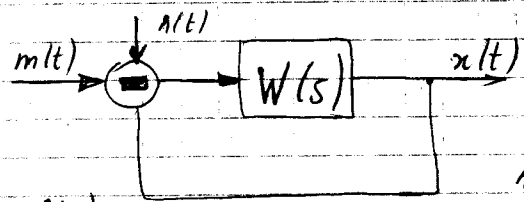
$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t) x(t+\tau) dt =$$

$$= \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} A^2 \sin(\beta t + \psi) \cdot \sin(\beta t + \beta\tau + \psi) dt = \frac{A^2}{2} \cos \beta\tau$$

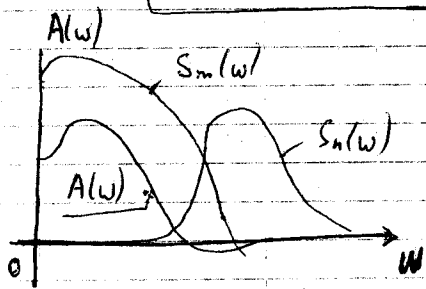
$$R(\tau) = 50 \cdot \cos 2\tau$$

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R(t) \cdot e^{-j\omega t} \cdot dt = \frac{\Delta A^2}{2} [\delta(\omega - \beta) + \delta(\omega + \beta)]$$

Синтез САУ при известном возмущении

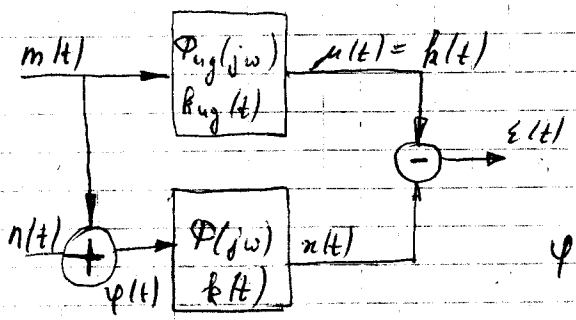


$m(t)$ - управляющий сигнал
 $n(t)$ - сигнал внешнего возмущения



$$\varepsilon(t) = \varepsilon_m(t) + \varepsilon_n(t)$$

Принцип Калманова - Вунера



$$\varphi(t) = m(t) + n(t)$$

Система с известными координатами - фазовый портрет

и параметрами системы МД.

$$R_m(\varepsilon), R_n(\varepsilon); \quad M[m(t)] = 0 \\ M[n(t)] = 0$$

$H(s)$ - загамни каталогуни оқрасты

$$L[h(t)] = H(s) \cdot L[m(t)]$$

$$h(t) = \int_0^t k(t-\tau) m(\tau) \cdot d\tau$$

Найти $h(t)$, сызық

1) генератор қаж. оқра

$$h(t) = 0 \quad \text{ақш} \quad t < 0$$

$$2) \quad \varepsilon^2 = \min; \quad \varepsilon^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [h(t) - x(t)]^2 dt$$

$$x(t) = \int_0^{\infty} \varphi(t-\tau) k(\tau) \cdot d\tau$$

$$\varepsilon^2 = R_h(0) - 2 \int_0^{\infty} k(\lambda) \cdot R_{\varphi}(\lambda) \cdot d\lambda + \int_0^{\infty} k(\lambda) \cdot d\lambda \int_0^{\infty} k(\nu) \cdot R_{\varphi}(\lambda-\nu) \cdot d\nu$$

$$R_{h\varphi}(\tau) - \int_0^{\infty} R_{\varphi}(\tau-\lambda) k(\lambda) \cdot d\lambda = 0$$

гр-не Барера - Хонга

Рәмерне гр-не Барера - Хонга

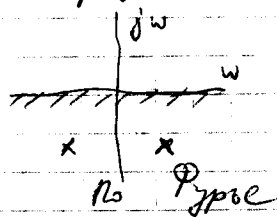
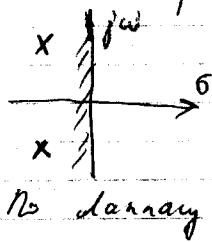
$$P(j\omega) = \frac{1}{2\pi} \Psi(j\omega) \int_0^{+\infty} e^{-j\omega t} \cdot dt \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^*(j\omega) \cdot e^{j\omega t} \cdot d\omega$$

$\Psi(j\omega)$ и $\Psi^*(j\omega)$ - керект. комп. заты.

$$S_{\varphi}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{\varphi}(\tau) \cdot e^{-j\omega \tau} \cdot d\tau$$

$$S_{\varphi}(\omega) = \Psi(j\omega) \cdot \Psi^*(j\omega) = |\Psi(j\omega)|^2 \quad \text{кинал сымал. гр-чыл}$$

Факторизация — разложение на множители

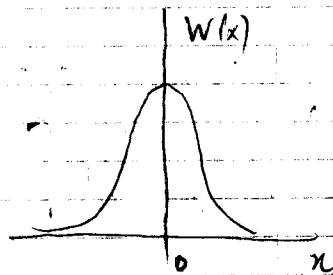


$$A^2(\omega) = \left[\frac{(\omega - \beta_1) \dots (\omega - \beta_m)}{(\omega - \lambda_1) \dots (\omega - \lambda_n)} \right] \times \left[\frac{(\omega - \beta_1^*) (\omega - \beta_2^*) \dots (\omega - \beta_m^*)}{(\omega - \lambda_1^*) \dots (\omega - \lambda_n^*)} \right]$$

$$\beta_i = \alpha_i + j\beta_i ; \beta_i^* = \alpha_i - j\beta_i ; \alpha_i > 0$$

Фильтр Калмана основан на марковских цепях

Дискретизированный процесс Маркова.



$x(t)$ — случайная функция

$$p_n(x_1, t_1; x_2, t_2; \dots; x_n, t_n)$$

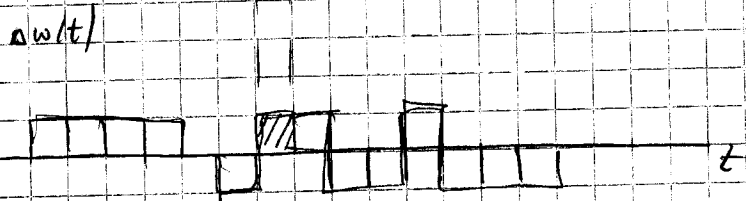
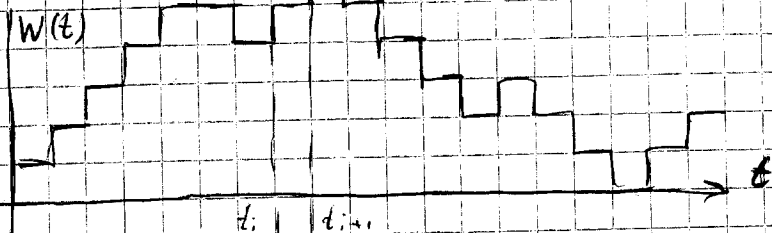
n — мерная плотность p -й вероятности

$x(t)$ — вероятностное событие появления значения

x_1, x_2, \dots, x_n в n -ой времени t_1, t_2, \dots, t_n

$p_n(x_n, t_n / x_{n-1}, t_{n-1})$ — процесс Маркова прямой.

График реального + прогнозируемого процесса



$\Delta w(t_i)$ - возм., случайные, функции т.к.

$$M[w(t_i + \Delta t) - w(t_i)] = 0;$$

$$w(t + \Delta t) - w(t) = \Delta w(t)$$

$$D[\Delta w(t)] = M[w(t + \Delta t) - w(t)]^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \Delta w^2(t) \cdot dt$$

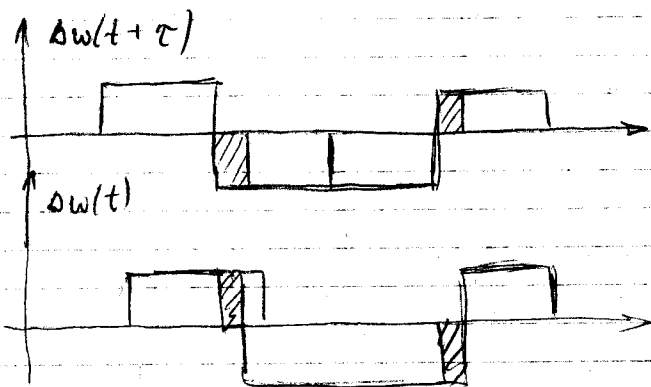
$$D[\Delta w(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{\infty} \Delta w_i^2 \cdot \Delta t = \lambda \cdot \Delta t$$

λ - средняя мощность процесса

$\Delta w(t)$ - марковский процесс 2

$$\Delta w(t) = p(w_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \lambda \cdot \Delta t}} e^{-\frac{w_i^2}{2\lambda}}$$

$$R_w(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^{\infty} \Delta w(t) \cdot \Delta w(t + \tau) dt$$



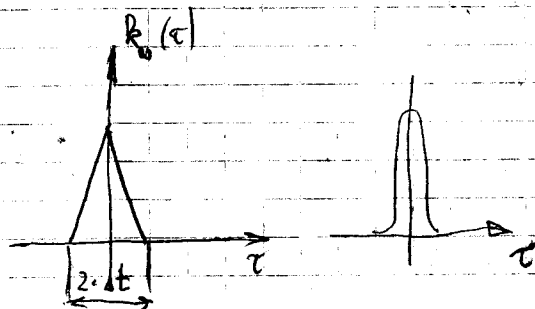
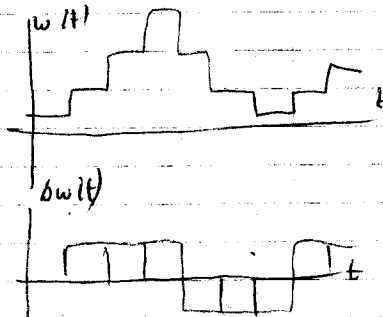
$$R_w(\tau) = \begin{cases} \lambda(at - |\tau|) & \text{при } |\tau| \leq at \\ 0 & \text{при } \tau \geq at \end{cases}$$

$w(t)$ — мат. модель фазового сигнала.

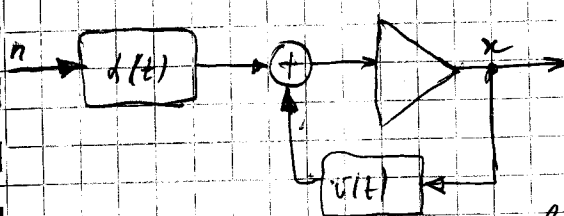
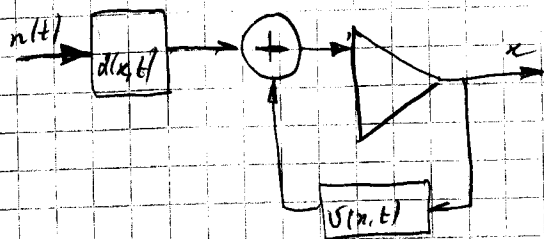
Функт. корреляции — ббтоси

$$\frac{dx}{dt} = \underbrace{v(n, t)}_{\text{дрог}} + \underbrace{\alpha(n, t) \cdot n(t)}_{\text{фазовое jitter (различия в скорости)}}$$

$$\lim_{at \rightarrow 0} \frac{w(t+at) - w(t)}{at} = \frac{dw}{dt} = n(t)$$



$$\begin{cases} m[\Delta w(t)] = 0 \\ R_w(\tau) = \lambda \cdot at - |\tau| \end{cases}$$



$$v(t) = -a_1 d(t) = b$$

$$a, b = \text{const}$$

$$k_x(t_1, t_2) = k_x(t) = \frac{5\theta^2}{2a} e^{-a(t)}$$

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = V(x_1, x_2, \dots, x_m, t) + \sum_{k=1}^m dx_k(x_1, x_2, \dots, x_m, t) / n_k$$

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt} = V(\bar{x}, t) + d(\bar{x}, t) \bar{N}(t)$$

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt} = A(t) \cdot \bar{x}(t) + B(t) \cdot N(t)$$

Знак равенства формулы процесса функции

$$K_N(t, u) = K_N^0(t) \cdot \delta(t-u) ; \quad K_N^0 - \text{матрица вектор.} \\ K_N - \text{матрица столб.}$$

$K_x(t, u)$ - коррел. матрица

Коррел. ф-ция $R(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot x(t+\tau) dt$

Коварианс. ф-ция $R_x(t_1, t_2) = M[x(t_1), x(t_2)]$

Постановка задачи

1. Дано n -мерное евклидово пр-во со спр-ем.

$$\forall 2\text{-х его компонент } \langle X, Y \rangle = M(\bar{X}^T \bar{Y})$$

$$\text{с нормой } \|\bar{X}\| = \sqrt{M \sum x_i^2}$$

2. В этом пр-ве задан подлинный гетерогенный типичный марковский спр-ем, формальный линейный дин. k -ной вида

$$\frac{d\bar{X}}{dt} = A(t) \cdot \bar{X}(t) + \underbrace{B(t)}_{\text{форм. фактор}} \cdot \bar{W}(t), \quad X(t_0) = 0,$$

где $\bar{X}(t)$ - заданный сп в виде n -мерного в-ра;

$\bar{W}(t)$ - спр-ем в виде бл-ц с корр. matr.

$$K_{ij}(t, \tau) = M[\bar{W}(t) \cdot \bar{W}^T(\tau)] = Q(t) \cdot \delta(t - \tau),$$

а $Q(t)$ - диогн. матрица $m \times m$

$A(t)$ и $B(t)$ - $n \times n$ и $n \times m$ — определител.

параметров мнн. s -мн

3. Сд. пр. $\bar{X}(t)$ можно дать с л.и. суммируя,

но выходя от. действует аддитивная мнн

$$\bar{Z}(t) = e(t) \cdot \bar{X}(t) + \bar{V}(t),$$

здесь $\bar{Z}(t)$ - вектор Z -ного воз. мнн p -ра $p \times 1$.

$V(t)$ - опор. в база $S(t)$ - корр. матрица

$$K_v(t, \tau) = M[V(t)V^T(\tau)] = R(t), S(t-\tau)$$

$R(t)$ - квар. матрица размером $p \times p$

$S(t)$ - матрица k -го измерител $p \times k$

4. Пред. построить опт. и-му, оптим. образом

вычислить реакцию $X(t)$ в виде оценки $\hat{X}(t)$

при наилучшим $\bar{X}(t)$, т.е. оптим. или фильтр.

Критерий \rightarrow мин квадрата нормы β -ра ошибки

$$\|\bar{X}_\varepsilon\|^2 = \min, \text{ где } \bar{X}_\varepsilon(t) = X(t) - \hat{X}(t)$$

5. И-му опт. условия

а) δ -мат. действующие на входе формирующего фильтра

и на входе измерител, нуллируются $M[W(t)W^T(t)] = 0$

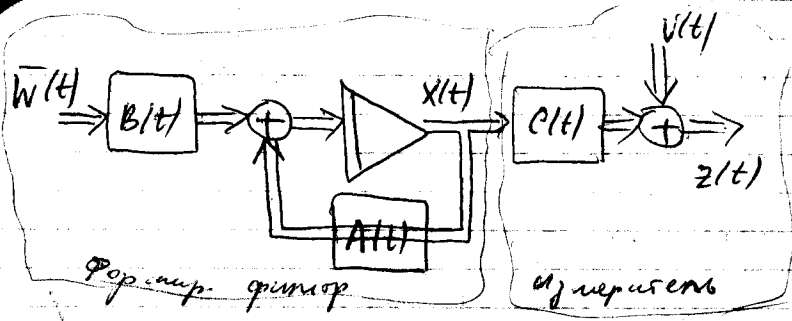
б) Квар. проц $\bar{X}(t)$ и δ -мат $V(t)$ - некорр.

$$M[X(t)V^T(\tau)] = 0$$

в) Формирующий фильтр удовлет. условиям функции

реактивности $\Phi(t, t_0) = 0$ при $t < t_0$

где $\Phi(t, t_0)$ - переходная matr. формирующего фильтра



Фоп. упр. элемент

объект

$$\begin{cases} \frac{d\bar{x}}{dt} = F(t) \cdot \bar{x}(t) + G(t) \cdot \bar{u}(t) \\ \bar{y}(t) = H(t) \cdot \bar{x}(t) \end{cases}$$

Эр-мид система САУ

$d(t)$ - вектор возмущения объекта САУ

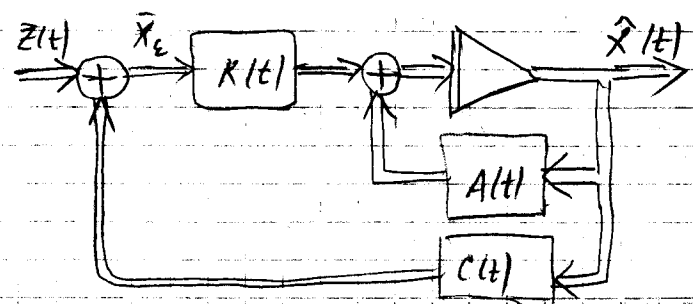
$\bar{v}(t)$ - вектор возмущения

$$\begin{cases} \frac{d\bar{x}}{dt} = A(t) \bar{x}(t) + B(t) \bar{w}(t) \\ \bar{z}(t) = C(t) \bar{x}(t) + \bar{v}(t) \end{cases}$$

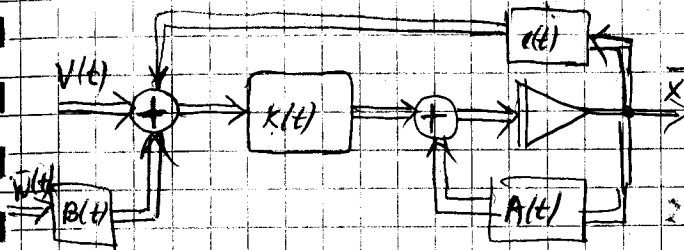
Носило все время

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = [A(t) - K(t) \cdot C(t)] \cdot \hat{x}(t) + K(t) \cdot \bar{z}(t)$$

$\hat{x}(t)$ - вектор оценки; $K(t)$ - matr. обратн. корр-тор.



$$\frac{d\bar{x}_e(t)}{dt} = [A(t) - K(t)C(t)] \cdot \bar{x}_e(t) + B(t) \cdot \bar{w}(t) - K(t) \bar{v}(t)$$



$$K(t) = P(t) \cdot C^T(t) \cdot R^{-1}(t)$$

Упр-ние Рункаса:

$$\frac{dP(t)}{dt} = A(t) \cdot P(t) - P(t) \cdot C^T(t) \cdot R^{-1}(t) \cdot C(t) \cdot P(t) +$$

$$+ P(t) \cdot A^T(t) + B(t) \cdot Q(t) \cdot B^T(t)$$

$P(t_0) = P_0$ - дифференциальная матрица
ошибки замкнутой системы

Теория оптимальных САУ

Цель управления
 (критерий оптимальности)

$$J(f, \bar{u}, \bar{x}, t)$$

Система управлений
Мат. модель САУ
Граничные условия
Начальные условия

$$J^* = \text{extr} J$$



$$J = \int_{t_0}^{t_k} F(\bar{x}, \bar{u}, t) dt + F_k(x_k, t_k); \quad \text{Функционал}$$

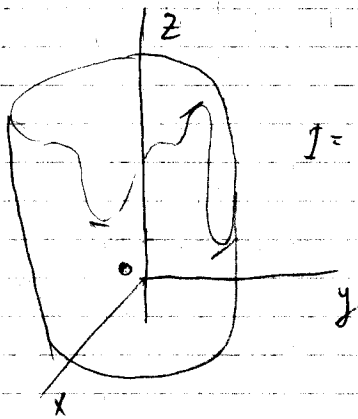
$$\bar{x} \in X; \quad \bar{u} \in U$$

Задача вариационная - максимизация

$$J = \int_{t_1}^{t_2} f_0(\bar{x}, \bar{u}, t) dt + \varphi_k(\bar{x}, t_k)$$

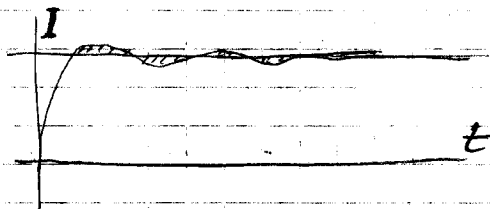
- Матрица $I = \varphi_k(\bar{x}_2, t_2)$

- Бонья $I = \int_{t_1}^{t_2} f_0(\bar{x}, \bar{u}, t) dt + \varphi_k(\bar{x}_2, t_2)$



Задача Лагранжа

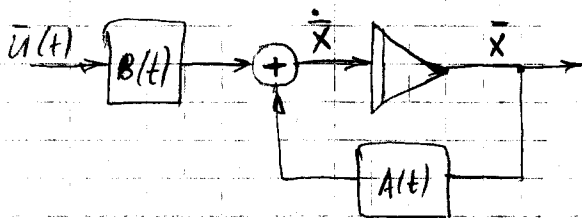
$$I = \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L}(t) \cdot dt$$



Задача Максера $I = \varphi_k(x_2, t_2)$

Терминальное уравнение
задача бонья

Задача аналитического конструирования регулятора



$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + B\bar{u}; \quad \bar{x}(t_0) = \bar{x}_0$$

\bar{x} - n-мерный вектор состояний

\bar{u} - m- " " " - управляющий

$$A = [n \times n], \quad B = [n \times m]$$

$$I(\bar{x}(t_0), u(\cdot), t) =$$

$$= \int_{t_0}^{t_1} (\underbrace{\bar{u}^T \cdot R(t) \cdot \bar{u}}_{\text{время}} + \underbrace{\bar{x}^T \cdot Q(t) \cdot \bar{x}}_{\text{качество}}) dt + \underbrace{\bar{x}^T(t_1) \cdot F_k \cdot \bar{x}(t_1)}_{\text{окончание эксперимента}}$$

R и Q - симметрич. н/о матрицы
 $n \times n$ $n \times m$

$F_{(n \times n)}$ - матрица квадратичная матрица

Требуется найти U

$$J^* = \min_U J$$

$$J^*[\bar{x}(t), t] = \bar{x}^T P(t) \cdot \bar{x} \quad ; \quad P(t) - \text{симметричная матрица}$$

$$J = \int_{t_0}^{t_1} F(\bar{x}, \bar{u}, t) dt$$

F - функция Гамильтона - Якоби

$$f(\bar{x}, \bar{u}, t) = A(t) \cdot \bar{x} + B(t) \cdot \bar{u}$$

$$U^*(t) = -R^{-1}(t) \cdot B^T(t) \cdot P(t) \cdot \bar{x}(t)$$

$$\dot{P}(t) = P \cdot A + A^T P - P \cdot B R^{-1} B^T P + Q$$

уравнение Риккати

↓

$P(t)$

$$U^*(t) = K(t) \cdot \bar{x}(t)$$

матрица $K(t)$ зависит от $\bar{x}(t)$

или $\bar{x}(t)$ в форме 0, 0

$$K(t) = -R^{-1}(t) \cdot B^T(t) \cdot P(t)$$

Выводы:

1) 3-й регулятор приводит к структурной схеме с ОС

2) 3-й + 1-й (статический) т.к. не содержит

\nearrow или \nearrow от $\bar{x}(t)$

3) 3-й + 1-й содержит $K(t)$, кот. зависит от \bar{x} ,

Объём замкнутых e-на per-и одержим. Коммутирует
e. Преприетивом параметрам.

4) Найдем оптимальное управление системы

сумма затрат \rightarrow минимизировать $= \infty$

$$\bar{u}^* = -R^{-1} B^T (H) \bar{P}(t) \bar{x}(t)$$

— \downarrow — опт. управление.

Пример

Дан мин. объект — 2

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = u$$

Критерий опт. $I = \int_0^T (y^2 + r \cdot u^2) dt$; $r = \text{коэфф}$

Найти $u_{opt}^*(t)$

$$x_1 = y, \quad x_2 = \dot{x}_1 = \dot{y}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{a_0}{a_2} & -\frac{a_1}{a_2} \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{a_2} \\ 0 \end{bmatrix}}_B u$$

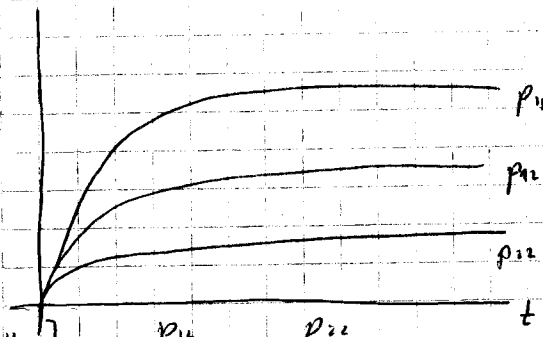
$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$-\dot{p} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{a_0}{a_2} & -\frac{a_1}{a_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{a_0}{a_2} \\ 1 & -\frac{a_1}{a_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{a_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{a_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}$$

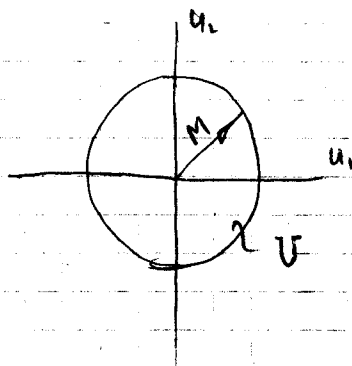
$$-\dot{p}_{11} = 1 - 2 \frac{a_0}{a_2} p_{12} - \frac{p_{11}^2}{2a_2^2}$$

$$-\dot{p}_{12} = 2p_{11} - 2 \frac{a_1}{a_2} p_{12} - \frac{p_{11} \cdot p_{12}}{2a_2^2}$$



$$U_{\text{opt}}(t) = -2 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & a_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{12} \end{bmatrix} = -\frac{p_{11}}{2a_2} y - \frac{p_{12}}{2a_2} y$$

$\frac{dy}{dt}$



Дано:

$$\dot{\bar{X}} = A(t) \cdot \bar{X} + B(t) \cdot U$$

$$\bar{U} \in U; \quad \forall t \in [t_1; t_2]$$

определенная функция — управление,
 которая зависит от 1-го перега

t_1 — время н-г бр.

t_2 — время окончания

Найти: \bar{U}

$$I = \min_{\bar{U}} \int_{t_1}^{t_2} f_0(\bar{x}, \bar{u}, t) dt$$

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_i, u_i), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Граничные условия НЧ, $\bar{X}(t_0) = \bar{X}^0$

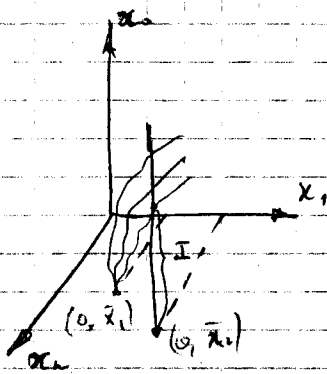
Критерий качества $\bar{X}(t_k) = \bar{X}^k$

В m -мерном пространстве; t_0 — момент начала в \bar{X}^k

$$I = \int_{t_1}^{t_2} f_0(\bar{x}, \bar{u}, t) dt \quad \text{где} \quad \frac{dx_i}{dt} = f_i(x_i, u_i)$$

$$\bar{X} = [x_0, x_1, x_2, \dots, x_n]^T \quad [n+1] \quad i = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$\bar{X} \in R^{n+1}$$



Введем вектор-функцию

$$\bar{\Psi} \quad \frac{d\psi_i}{dt} = - \sum_{i=0}^n \frac{\partial f_i}{\partial x_i} \psi_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(\bar{x}, \bar{u}), \quad i = 0, 1, 2, \dots, n$$

Пусть $H(\bar{x}, \bar{u}, t) = \sum_{i=0}^n f_i(\bar{x}, \bar{u}) \psi_i = \bar{\Psi}^T \bar{f}(\bar{x}, \bar{u})$ - функция Гамильтона

$$\boxed{\frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \psi_i}, \quad \frac{d\psi_i}{dt} = - \frac{\partial H}{\partial x_i}}; \quad \bar{\Psi}^T = (\psi_0, \psi_1, \dots, \psi_n)^T$$

$H(\bar{x}, \bar{\psi}, \bar{u})$ - н.ф.

$2(n+1) + m$ - размерность

При \bar{x} и $\bar{\psi}$ - фиксир.; $H(\bar{u}, t)$ - ф-ция \bar{u}

Формуловка:

Пусть $\bar{u}(t)$ - оптимальное на (t_1, t_2) управление,

для оптимальности \bar{u} необходимо, чтобы $\exists \bar{\psi}(t)$

таким, что

$$1) H(\bar{x}(t), \bar{u}(t), \bar{\psi}(t)) = \sup_{u \in U} H$$

на интервале $t \in (t_1, t_2)$

2) в конечный момент времени $t = t_2$

$$\bar{\psi}(t) \leq 0; \quad \sup H = 0; \quad u \in U$$

Задача о макс. выигре имеет вид.

$$I = \int_{t_1}^{t_2} dt = t_2 - t_1, \quad f_0[\bar{x}, \bar{u}] = 1$$

$$H(\bar{x}, \bar{\psi}, \bar{u}) = \sum_{i=0}^n f_i(\bar{x}, \bar{u}) \psi_i = \psi_0 + H_1(\bar{x}, \bar{\psi}, \bar{u})$$

$$H_1(\bar{x}, \bar{\psi}, \bar{u}) = \sum_{i=1}^n f_i(\bar{x}, \bar{u}) \psi_i; \quad \psi_0 \leq \text{число выигр}$$

$$M(\bar{x}, \bar{\psi}, \bar{u}) = \max_{u \in U} H_1(\bar{x}, \bar{\psi}, \bar{u})$$

$$\{ H_1[\bar{x}(t), \bar{\psi}(t), \bar{u}(t)] = M[\bar{x}(t), \bar{\psi}(t)] \}$$

$$\{ M[\bar{x}(t_0), \bar{\psi}(t_0)] = -\psi_0 \geq 0 \}$$

$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + \sum_{j=1}^m b_{ij} u_j \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$|u_j(t)| \leq M_j; \quad M_j > 0; \quad j = 1, 2, \dots, m$$

$$\bar{x}^0 \rightarrow \bar{x}; \quad I_m = t_2 - t_1$$

$$H_1(\bar{x}, \bar{\psi}, \bar{u}) = \sum_{i=1}^n f_i \psi_i = \sum_{i=1}^n \psi_i \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + \sum_{j=1}^m b_{ij} u_j \right)$$

$$H_1(\bar{x}, \bar{\psi}, \bar{u}) = \sum_{i=1}^n \psi_i \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + \sum_{j=1}^m u_j \sum_{i=1}^n \psi_i b_{ij}$$

Методы идентификации САУ

Цель работы: определить метод. подход ответа по входу

и входным сигналам и т.д.

Определите способ. оценки оператора A^* по входу и выходу (по известному элементу A)

A^* - оценка		$y = A \cdot x$ - прямая задача
A - известный оператор		$x = A^{-1} y$ - обратная задача

План решения задачи идентификации.

- выбор метода M , исходя из априорных сведений об объекте и условиях его работы.
- выбор воздействия, при кот. следует сделать эксперимент
- выбор способа обработки экспериментальных данных
- оценка точности, адекватности модели.

Методы идентификации

- 1) Min ошибки выхода
- 2) ~~Min~~ Min ошибки ур-ний (невязка модели)
- 3) Min статистической ошибки выхода

— параметрические

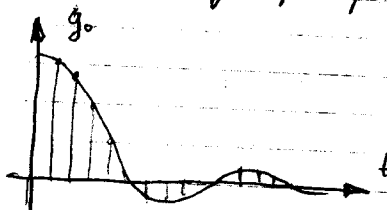
— непараметрические ← временные (ИИФ)
← частотные (ЛФЧХ)

$$y(t) = G_0(q) \cdot x(t) + n(t)$$

$n(t)$ - помеха извне

q - оператор сдвига

t - текущее время

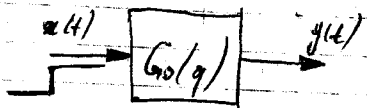


g_0 - ИИФ

$$y(t) = \alpha \cdot g_0(t) + n(t)$$

$$\rightarrow \hat{g}(t) = \frac{y(t)}{\alpha}$$

$$\frac{\hat{n}(t)}{\alpha} \approx y(t) - \hat{g}(t) \cdot \alpha$$

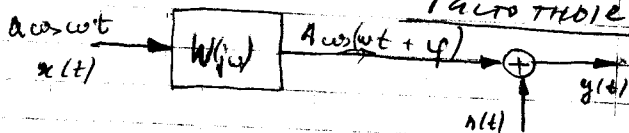


$$x(t) = \begin{cases} \alpha, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

$$y(t) = \alpha \sum_k g_0(k) + n(t); \quad \hat{g}_0 = \frac{y(t) - y(t-1)}{\alpha}$$

$$\frac{n(t) - n(t-1)}{\alpha}$$

α - шаг



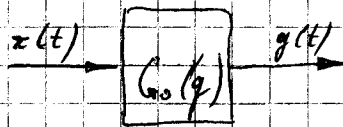
Устройство

Критерии

$$y(t) = \sum_{i=0}^{\infty} g(t-i) x(t) + n(t)$$

$$g(t) = \int_0^{\alpha} g(t-\tau) \cdot n(\tau) \cdot d\tau$$

$$y(t) = \underbrace{a |W(j\omega)|}_{A} \cdot \cos(\omega t + \varphi) + h(t) + \text{непер. система}$$



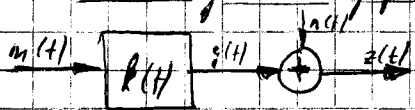
$$x(t) = \sum_{k=-N}^N C_k e^{i\omega_k t} \quad \text{ком. гармонических колебаний}$$

$$\hat{G}_N(j\omega) = \frac{Y_N(j\omega)}{X_N(j\omega)} ; \quad Y_N(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=-N}^N y(t) e^{-i\omega_k t}$$

$$X_N(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=-N}^N x(t) \cdot e^{-i\omega_k t} \quad \omega = \frac{2\pi k}{N}$$

$$W(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} y(t) \cdot e^{-j\omega t} dt ; \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Метод координат. $\varphi = 45^\circ$



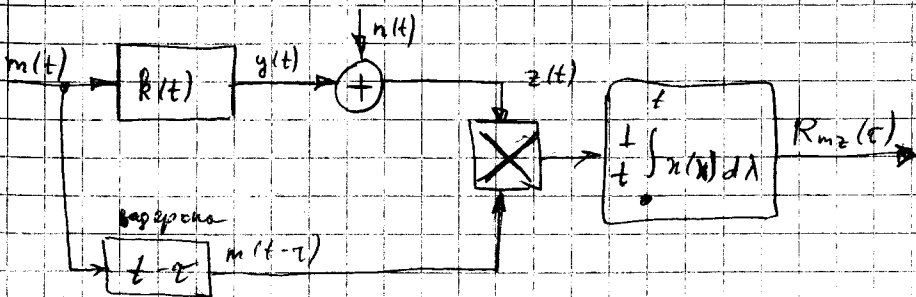
$$R_m z(\tau) = \int_0^{\infty} R_m(t - \lambda) z(\lambda) d\lambda$$

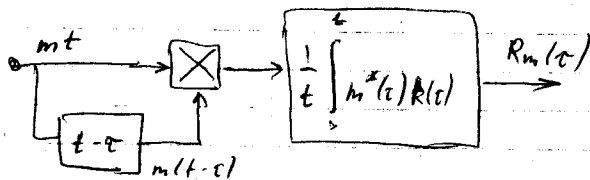
$m(t)$ - чистый сигнал

$n(t)$ - шум

$R(t)$ - ИИП

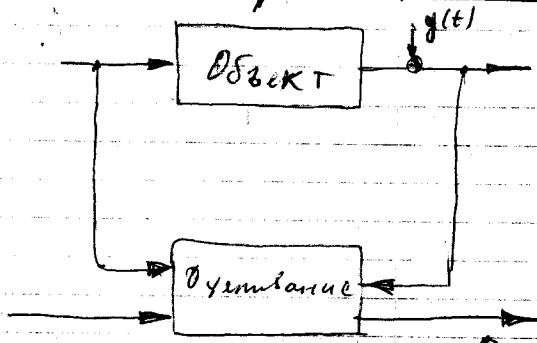
X_p - шум, Y_p - сигнал





y_p - ищут B, X - основное уравнение идентификации,

Параметрические методы



θ - вектор параметров

дифференциальное уравнение

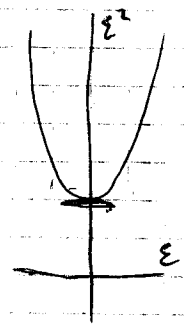
$$W(s) = \frac{k}{Ts + 1}$$

Метод - N аппроксимация

$$\begin{cases} \ddot{x} + a_1 \dot{x} + a_0 x = by(t) & \leftarrow \text{уравнение объекта} \\ \ddot{x} + d_1 \dot{x} + d_0 x = by(t) = \varepsilon(t) & \leftarrow \text{сетка} \end{cases}$$

уравнение идентификации

$$\min_p \int_0^T \varepsilon^2 dt;$$



$$\frac{\partial}{\partial \rho} \int_0^T \epsilon dt = \int_0^T 2 \epsilon \dot{\epsilon} dt = 0; \quad \rho = \alpha, \alpha_0, \beta$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} = \dot{x}, \quad \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha_0} = x^3; \quad \frac{\partial \epsilon}{\partial \beta} = y$$

$$\int_0^T \dot{x} \epsilon dt = 0; \quad \int_0^T x^3 \epsilon dt = 0; \quad \int_0^T -y \epsilon dt = 0.$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 \int_0^T \dot{x}^2 dt + \alpha_0 \int_0^T \dot{x} x^3 dt - \beta \int_0^T \dot{x} y dt &= - \int_0^T \dot{x} \ddot{x} dt \\ \alpha_1 \int_0^T \dot{x}^3 \cdot \dot{x} dt + \alpha_0 \int_0^T \dot{x}^6 dt - \int_0^T \alpha \cdot y \cdot dt &= - \int_0^T \dot{x}^3 \cdot \ddot{x} dt \\ \alpha_1 \int_0^T \dot{x} y dt + \alpha_0 \int_0^T \dot{x}^3 y dt - \beta \int_0^T y^2 dt &= - \int_0^T \dot{x} y dt \end{aligned} \right\}$$

алгебра моментів

$$U(s) = \int_0^{\infty} u(t) \cdot e^{-st} dt; \quad u(t) \rightarrow s = 0, 1, 3, 5, \dots, n$$

$$W(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} \cdot k(t) \cdot w(t) dt; \quad w(t) = e^{-\alpha t} \text{ — } \varphi\text{-функція}$$

спраження
φ-функція

UNP

$$s = c + j\omega$$

$$M_n = \int_0^{\infty} e^{-kt} \cdot k(t) \cdot w(t) dt;$$

момент

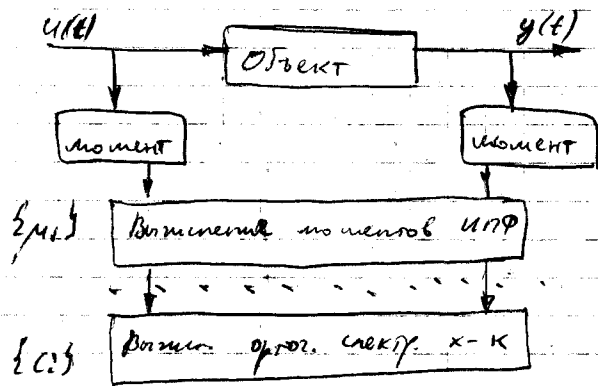
$$k(t) \equiv q_n(t) = \sum_{j=0}^n a_j e^{-jt}$$

$$0 < k < n; \quad 1; e^{i\omega t}; \dots; e^{-n\omega t}$$

$$\mu_k = \int_0^{\infty} e^{-\omega t} \cdot q_n(t) \cdot \omega(t) \cdot dt - \text{минимальная } L\text{-норма}$$

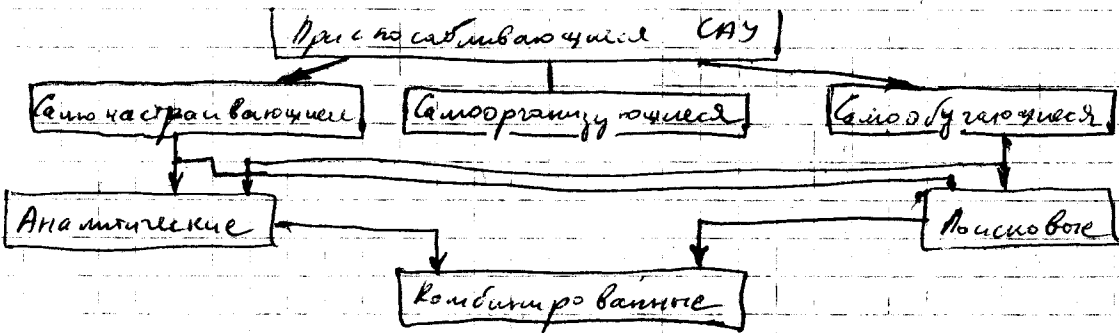
относительно $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$

$$E = \min_{Q_j} \int_0^{\infty} [u(t) - \hat{c}(t)]^2 \omega(t) \cdot dt$$



$$k(t) = \sum_{i=0}^n c_i \psi_i(t) - \text{оптимальный следящий x-ка}$$

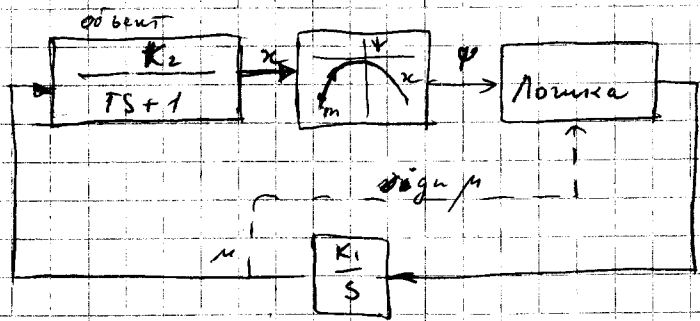
Построение адаптивных с-м АУ



В адаптивной СУ могут быть изменения контроллеров (параметры) алгоритмов, структуры системы, цели и критерии управления, что позволяет компенсировать в широком диапазоне изменения неконтролируемых параметров и поддерживать техн. х-ки с-мы на жел. уровне.

По способу реализации — аналитические (булавковые) или итеративные.

Пример система экстремального регулирования



$$\frac{du}{dt} = K_1 u \quad \text{интегрирующий элемент}$$

$$T \frac{dx}{dt} + x = K_2 u ; \quad \psi = -Sx^2 \quad \begin{array}{l} \text{уравнение} \\ \text{экстремальной} \\ \text{х-ки объекта} \end{array}$$

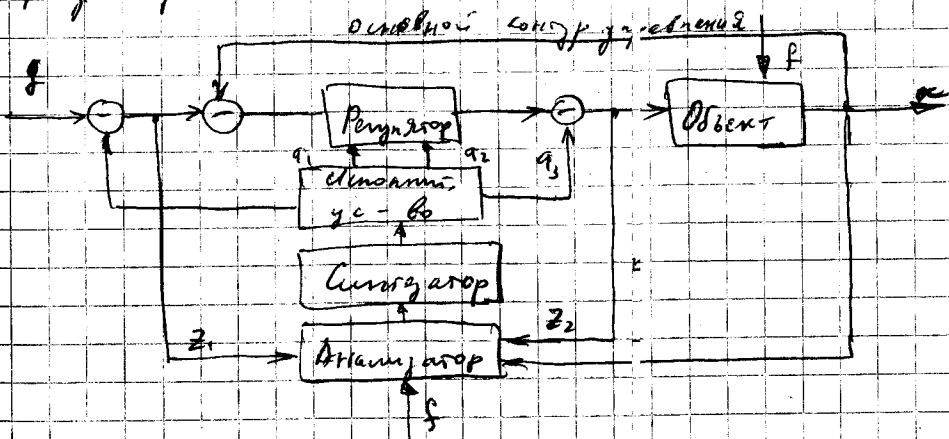
$$u = \frac{d\psi}{dt} \text{ sign } \frac{d\psi}{dt} \quad \text{уравнение по методу}$$

x — управл. сигнал [1/с] | ψ — значение [В.с]
 u — напряжение [В] | μ — перемещение [мм]

- 1) Аналитические СМС обладают большими быстродействием
- 2) Поиск влге для ксннн иногда невозможен или неудобен
- 3) Поиск влге СМС требует минимуме информации и
простоте при реализации.

Контур СМС выполняет

- 1) Опреж. текущие данн к-ки аналитиче контура
- 2) На основании жсж критерия кал-ва работ основннн контура определяет калитрннкн и пер-ров регулятора
- 3) Анализирует пошр. значение настройки пер-ров регулятора.

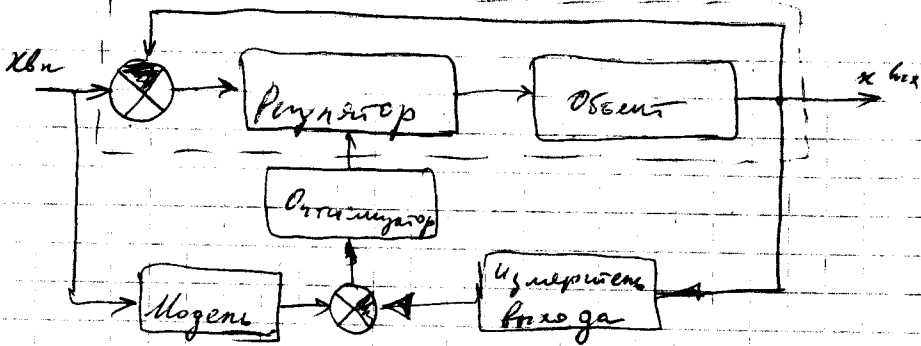


x - вых. сигнал

g - внешнее возм. воз-е g q_i - зпр. воздействия контура

z - сигнал идентификации САК-

g - задающее воздействие



УЧС замкнутого типа с обратной связью по выходу
 по форме с-мат. соответствует к модели

$$I_{вых} = \int \epsilon' dt$$

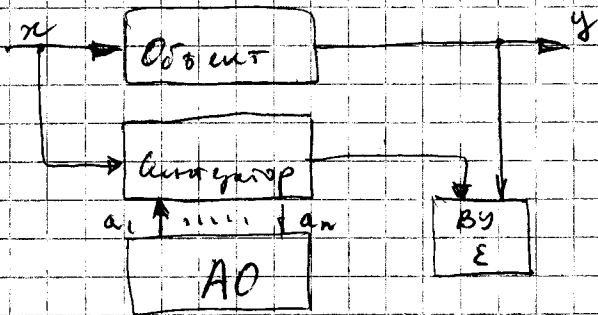
Параметры регулятора для нас определяются в
 соответствии с требуемыми характеристиками
 объекта при выборе параметров.

Для вып-я сист. с-мат. объекта требуется
 соответствующее управление.

Подбираемые модели и их задачи

- 1) Вып-е действ. или желаемого мат. описания
 динамики объекта и его использование для
 задания оптимальных параметров (модель др.
 для выбора хар-к объекта)
- 2) Измерение с-мат. в реальном времени
 (модель — КУ)

3) Показатели качества работы по динамике. Это оценка объекта в наст. и будущем времени (средствозатраты) и анал. этих данных уже идентификация.
 (поиск - динам. сист. со временем)
 Поиск вкл. ПМ

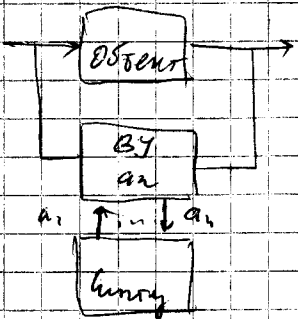


АО - автоматический оптимизатор
 ВУ - вычислитель

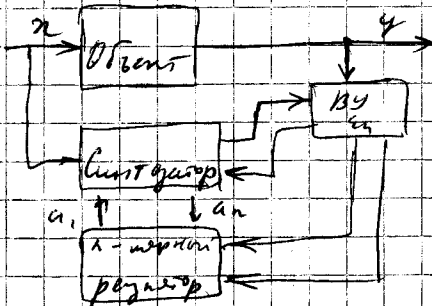
Анализ и синтез ПМ

1) с аналит. определением коэф.

2) с принципом вставки коэф.



СНС - идентификация

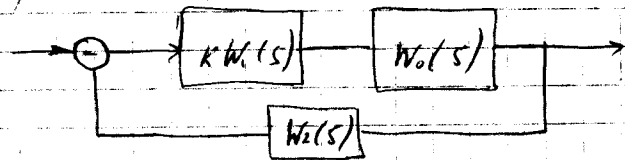


СНС - регулятор коэф.

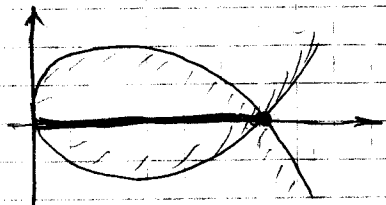
Система с обратной связью по выходному сигналу
 работает с предв. чуждостью в-в объема ра.
 Анализ перед. фн. сигнала с-та требует
 своих параметров

Алгоритмы выбора в-в СЧСАР

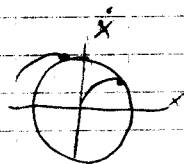
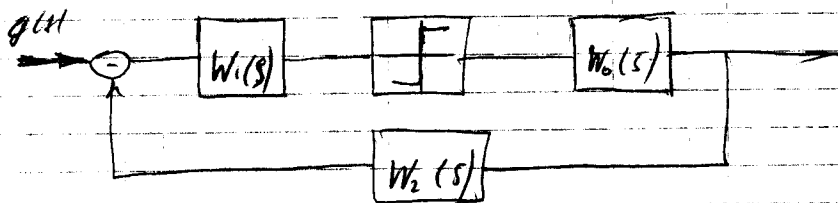
1) САУ с большим коэф. усиления



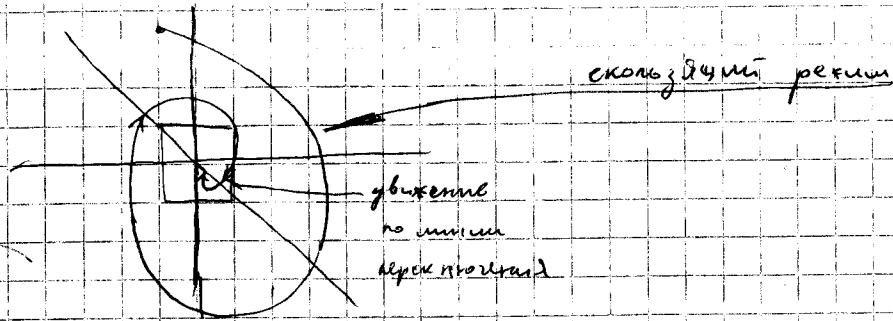
$$\Phi(s) = \frac{k W_1(s) \cdot W_0(s)}{1 + k W_1(s) W_0(s) W_2(s)} \quad \text{при} \quad k \rightarrow \infty \quad \Phi(s) = \frac{1}{W_2(s)}$$



2) Применение релейного регулятора



3) СЛУ с перемещением опорной.



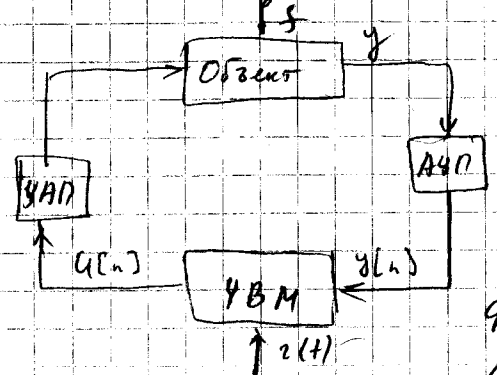
Критерий робастности оптимальных СУ обсуждается
в условиях неопределенности неопр-ти

Робастность - малая чувствительность к изменениям параметров объекта и к изменению внешних возмущений

РСУ - робастно устойчивые СУ - устойчивость системы СУ
 ртсу - -" - модальные СУ - -" + кан-во управления

РОСУ - -" - оптимальные СУ - -" -" + оптимизация

Уравнения дискретных систем



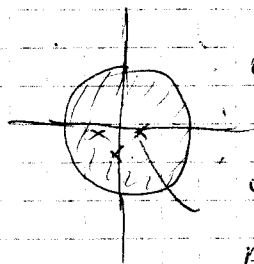
$y[n]$ - управляющее возм-е
 f - возмущение
 q - оператор задерживания (z^{-1})

$$q^m K[n] = x[n-m]$$

(z^{-m})

$$Q(q) \cdot y[n] = q P_u(q) u[n] + P_f(q) \cdot f[n]$$

$$Q(\sigma) = P_f(\sigma) = 1$$



Q, P - численные коэффициенты

Q, P - корни

P_u, P_f - нули передаточной функции

$$R(q) \cdot u[n] = P_2(q) \cdot z[n] - P_1(q) \cdot y[n]$$

сп-ная замкнутая цепь

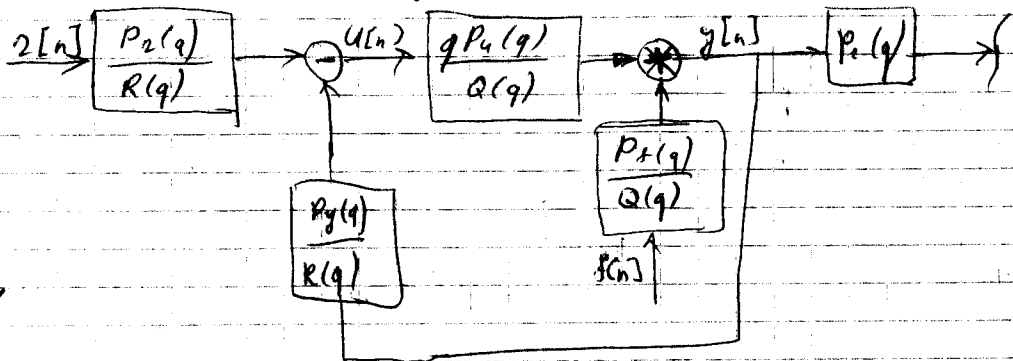
$$G_u(q) y[n] = q P_u(q) \cdot P_2(q) z[n] + R(q) \cdot P_1(q) \cdot f[n]$$

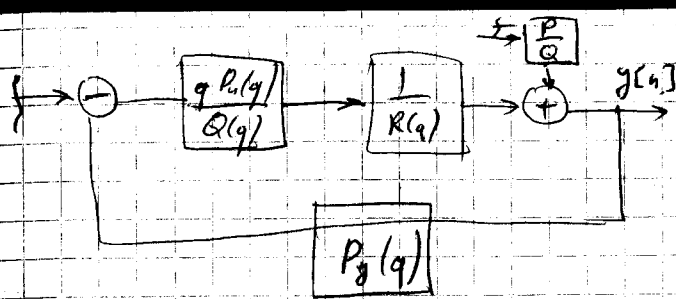
характеристический полином

$$G(q) = Q(q) \cdot R(q) + q P_u(q) P_y(q)$$

т.е. можно определить устойчивость, но необходимо еще

узнать корни передаточной функции.





Интервальные и полиномиальные объекты

Семейство объектов - интервальный O .

Отг. жезельдер - полиномиальный O .

$Q(q)$; $P_u(q)$; $P_f(q)$ - неопределённые

$$Q(q) \in A; \quad P_u(q) \in A_u; \quad P_f(q) \in A_f$$

"Резерв" или $\in A, A_u, A_f$ дефинициясы менен

неопределённости; "Формал" с аралык кыярында

интервал

δ - интервального объекта

$$Q^\circ(q) \tilde{y}(k) = q P_u^\circ(q) Q(k); \quad Q^\circ \text{ и } P^\circ - \text{фиксированные полиномы}$$

$$P_f^\circ(q) \equiv 0$$

$$Q(q) = Q^\circ(q) + \delta Q(q)$$

$$P_u(q) = P_u^\circ(q) + \delta P_u(q)$$

$$P_f(q) = 0 + \delta P_f(q)$$

$$\delta Q(q) \in A \leftarrow \text{интервал}$$

$$\delta P_u(q) \in A_u \leftarrow \text{применительно к степеням } q \text{ от } 0 \text{ до } \delta$$

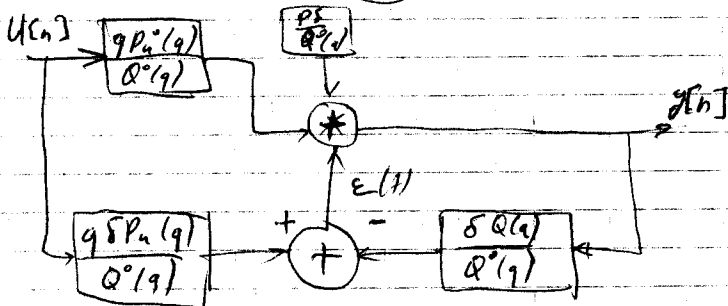
$$\delta P_f(q) \in A_f$$

$$Q'(q) y[n] = q P_n'(q) u[n] + \varphi[n]$$

$$\varphi[n] = \underbrace{\delta P_n(q) f[n]} + q \delta P_n(q) u[n] - \delta Q(q) y[n]$$

$$\varphi[n] = \varphi_{\delta}[n] + \varphi_n[n]$$

непрямая — возмущение



СТАБИЛИ